

舞鶴工業高等専門学校 正会員 ○武田 八郎
 関西大学工学部 正会員 三上市 蔵
 関西大学工学部 正会員 米沢 博

まえがき. プレートガーダーの適用支間を増大させるためには, 多数の水平補剛材で補剛された腹板を用いることが必要になる. 特に2主桁式へのこの方法の適用が注目されているようであるが, 従来から多補剛された腹板を有するプレートガーダーの曲げ耐力力の研究はあまり多くないようである. 今回は, 水平・鉛直両方向に多補剛された腹板を有するプレートガーダーの曲げ耐力力を, フランジと補剛腹板との非弾性連成座屈として解析し, 座屈荷重を求め, 補剛腹板の曲げ剛度が座屈荷重に及ぼす影響などについて考察した.

基礎微分方程式 図-1のように長さ a , 幅 b である多補剛された腹板を有するプレートガーダーが, 曲げを受けるものとする. 多補剛腹板の境界条件は, $x=0$, a で単純支持, 圧縮および引張フランジで弾性支持および弾性固定されているものとする. 両フランジは腹板部分の最大応力をフランジ全断面に一律に受けるものとする. この多補剛腹板を直交異方性板とみなし, 座屈時のたわみ曲面の微分方程式として, 直交異方性変剛板に対するものを用いる¹⁾.

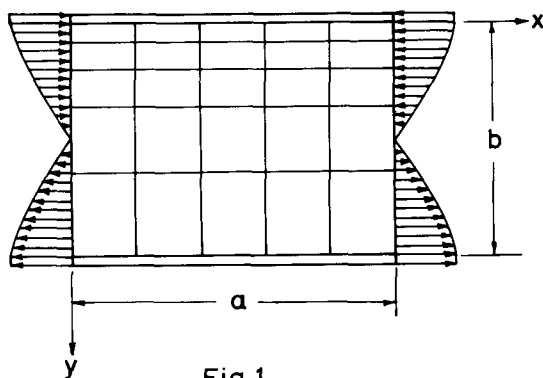


Fig.1

$$\begin{aligned} & D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_1 + 2D_2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \\ & + 2 \left[\frac{\partial D_x}{\partial x} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial}{\partial y} (D_1 + 2D_2) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial}{\partial x} (D_1 + 2D_2) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial D_y}{\partial y} \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} \right] + \left(\frac{\partial^2 D_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 D_1}{\partial y^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 D_2}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\ & + \left(\frac{\partial^2 D_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 D_1}{\partial x^2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = R D_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \end{aligned} \quad \text{----- (1)}$$

ただし, D_x, D_y はそれぞれ水平および鉛直補剛材方向の曲げ剛度, $D_1, 2D_2$ はねじり剛度, R は腹板厚, D_x は x 方向の直応力である.

圧縮フランジに対する微分方程式はつぎのようである.

$$\frac{d^2}{dx^2} (B_b \frac{d^2 w_b}{dx^2}) - \frac{d}{dx} [F(\sigma_x)_{y=0} \frac{dw_b}{dx}] = - \left[\frac{\partial}{\partial y} (D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) + 2 \frac{\partial}{\partial x} (2D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}) \right]_{y=0} \quad \text{----- (2)}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} (C_w \frac{d^2 \varphi_0}{dx^2}) - \frac{d}{dx} (C_b \frac{d\varphi_0}{dx}) - I_0(\sigma_x)_{y=0} \frac{d^2 \varphi_0}{dx^2} = [D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}]_{y=0} \quad \text{----- (3)}$$

引張フランジに対する微分方程式はつぎのようである.

$$\frac{d^2}{dx^2} (B_b \frac{d^2 w_b}{dx^2}) - \frac{d}{dx} [F(\sigma_x)_{y=b} \frac{dw_b}{dx}] = \left[\frac{\partial}{\partial y} (D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) + 2 \frac{\partial}{\partial x} (2D_2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}) \right]_{y=b} \quad \text{----- (4)}$$

$$\frac{d^2}{dx^2} (C_w \frac{d^2 \varphi_b}{dx^2}) - \frac{d}{dx} (C_b \frac{d\varphi_b}{dx}) - I_0(\sigma_x)_{y=b} \frac{d^2 \varphi_b}{dx^2} = - \left[D_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]_{y=b} \quad \text{----- (5)}$$

ただし, w_b, φ_0 はそれぞれ圧縮フランジの水平たわみ, ねじり角, w_b, φ_b はそれぞれ引張フランジの水平たわみ, ねじり角, B_b, C_b, C_w, F および I_0 はそれぞれフランジの水平曲げ剛度, 純ねじり剛度, そり剛度, 断面積およびフランジの重心に関する極2次モーメントである.

非弾性域では $D_x, D_y, D_2, D_1, B_b, C_b$ および C_w がそれぞれ $D_x', D_y', D_2', D_1', B_b', C_b'$ および C_w' に変化する

として、つぎの有効係数を導入する。

$$\tau_x = D_x/D_x, \tau_y = D_y/D_y, \tau_{xy} = D_{xy}/D_{xy}, \tau_1 = D_1/D_1, \tau_{bb} = B_b/B_b, \tau_{cb} = C_b/C_b, \tau_{cw} = C_w/C_w$$

応力-ひずみ関係式には、Richard と Blacklock²⁾ の与え式を用い、等方性板に対する Bleich³⁾ の異方性概念を直交異方性板に準用することにすれば、各有効係数の値を算出することができる。

$x=0$ 、 a で単純支持の境界条件を満足するように、

$$w = b \sum_{n=1}^{\infty} f_n(z) \sin n\pi x/a, w_0 = b \sum_{n=1}^{\infty} A_1 \sin n\pi x/a, y_0 = \sum_{n=1}^{\infty} A_2 \sin n\pi x/a, \\ w_b = b \sum_{n=1}^{\infty} A_3 \sin n\pi x/a, y_b = \sum_{n=1}^{\infty} A_4 \sin n\pi x/a, z = y/b$$

と置き、また係数 $A_1 \sim A_4$ は $y=0$ および $y=b$ にあけるためひとたわめ角の連続条件から、

$$A_1 = (f)_{z=0}, A_2 = (df/dz)_{z=0}, A_3 = (f)_{z=1}, A_4 = (df/dz)_{z=1}$$

として表わされるので、式(1)～(5) は x に関する常微分方程式になる。

以上の連立常微分方程式を解けばよいが、解析的な解を求めるのは困難なので、差分法を用いて数値計算を行ない、座屈荷重を正の最小固有値から求める。

直交異方性板の等価剛度の算定 図-1 の多補剛腹板において、 S 本の水平補剛材が不等間隔に設けられ、垂直補剛材は本が等間隔に設けられているものとし、水平・鉛直補剛材はそれぞれ同一断面とする。また、各水平補剛材の曲げ剛度を EI_x 、ねじり剛度を GI_x 、各垂直補剛材の曲げ剛度を EI_y とする。直交異方性板としての等価剛度を決定するにあたり、その剛度は位置のいかんにかかわらず均一であるとして、直交異方性板のひずみエネルギーと補剛材のそれとが等しくなるようにする。等価剛度算定の際のため曲面は、つぎのような4辺単純支持板に対するものを用いる。

$$w = \sin m\pi x/a \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n\pi y/b \quad \text{----- (6)}$$

式(6) において m を $0, 2$ 項までとり、 B_1, B_2 とし純曲げを受ける等方性板の結果を利用し、 $a/b = 2/\sqrt{3}$ で代表せれば等価剛度はつぎのようになる⁴⁾。

$$D_x = D + \frac{EI_x}{b} \frac{\sum_{n=1}^2 (\sin^2 n\pi + 0.52 \sin^2 2\pi n)}{0.6352} \\ D_y = D + \frac{EI_y}{b} \frac{(r+1)b}{a} \\ H = D + \frac{GI_x}{b} \frac{\sum_{n=1}^2 (\cos^2 n\pi + 1.04 \cos^2 2\pi n)}{2.082}$$

ただし、 D は腹板主板の曲げ剛度、 $H (=D_1 + 2D_2)$ は有効ねじり剛度である。

数値計算例 図-2 に D_x, D_y と座屈モーメント M_{cr} との関係の一例を示す。ただし、 M_y は降伏モーメント、 σ_y は降伏応力、 a, c はそれぞれフランジ厚、フランジ幅であり、また応力-ひずみ関係の非線型性を表わすパラメタの値 $n=5$ とした。フランジの曲げ剛度の大きい場合には D_y を高めることにより補剛効果が達成されるが、フランジ曲げ剛度の低い場合には D_x が不足して

いると D_y を高めるだけでは、補剛の十分な効果が得られないことが推察される。

詳しい数値計算結果は講演会当日に述べる。

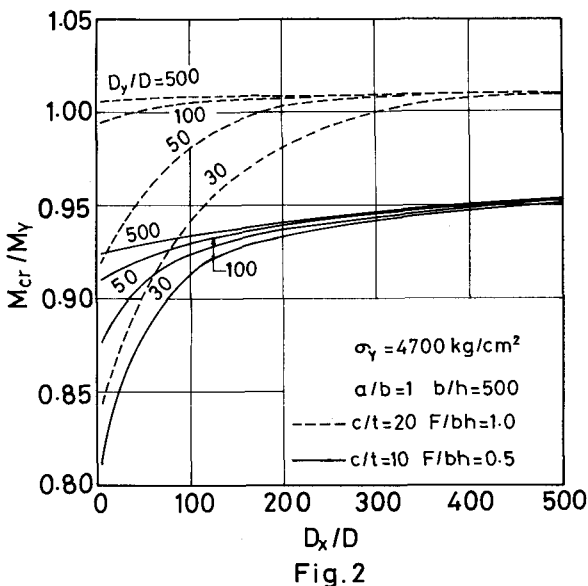


Fig.2

1) 多田市蔵：曲げを受ける薄板断面の座屈に関する研究，名古屋大学学位請求論文，昭和47年12月。

2) Richard, R.M. and J.R. Blacklock: Finite Element Analysis of Inelastic Structures, AIAA Journal, Vol.7, No.3, 1969.

3) Bleich, F.: Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, New York, 1952.

4) 三上・堂垣・武田：鋼箱桁の終局強度の近似算定法，土木学会論文報告集，1-11，投稿中。