

石川 信博 正員 前川 幸次
金沢大学 正員 若田 博

7. ま え が き

近年、薄肉断面曲線部材の有限変位理論に関する研究は、ひずみ・変位関係式を基礎とし、仮想仕事の原理を用いることにより、理論展開上もつきりした部材の基礎方程式が厳密に導かれている。しかし、計算過程の複雑化は避けられず解析の困難さを感じる。一方、非弾性解析に関しては、非弾性域における部材剛性の明確な取扱いはあまり論じられていないようである。本研究では、比較的簡単に、弾塑性解析を対象とした基礎方程式を部材のつりあい条件式から導いた。数値解析方法として伝達マトリックス法を用い、計算例と実験値¹⁾との比較によりその妥当性の検討を行なった。

8. 解 析 法

用いた仮定は、① 部材は一平面内に円曲線となし、曲率半径は断面寸法に比べて十分大きい。② 横断面形は変形しない。③ 薄肉版厚方向の力学量の変化は無視する。④ 材料は完全弾塑性体とし、有効断面(全横断面から降伏部分を除外した断面)について基礎方程式を求める。ただし、分要素(格間)において有効断面は変化しない。⑤ はりを構成する母線毎の曲率の違いは考えず、図心を通る母線の曲率半径 R を用いる。

薄肉開断面曲線ばりの有限変位理論による基礎方程式を、速田²⁾は変形を考慮した力のつりあい条件式から誘導している。この方法は、③④の仮定を設けることで比較的簡単に定式化できる。本研究では、残留応力分布と、有効断面を考えた弾塑性解析のための基礎方程式に拡張した。得られた基礎方程式を1階の連立常微分方程式系に変換すると、次式を得る。

$$dV/ds_0 = GV + P \quad \text{--- (1)}$$

$$V = \{v, \Psi, B_z, V_y, w, \Omega, B_y, V_z, \Theta, \Theta, B_r, B_x, u, H\} \quad \text{--- (2)}$$

ここに、 V は状態量ベクトルであり、変位、変形量、断面力は図-1のように、有効断面の図心 S を原点とする主軸座標(x - y - z)に関するものである。なお B_r は曲げねじりモーメント、 Ψ, Ω, Θ は次のように定義した。

$$\Psi = v' + u \cdot \cos \beta / (R - Y_s), \quad \Omega = w' - u \cdot \sin \beta / (R - Y_s)$$

$$\Theta = \theta' + (v' \sin \beta + w' \cos \beta) / (R - Y_s) \quad \text{--- (3)}$$

式(1)の G, P の具体的な内容は紙面の都合上、省略する。式(1)を曲線ばりの格間長 h について、Runge-kutta法で数値積分を行なうと、格間長の左端の状態量ベクトル V_L を右端のそれ V_R に伝達する格間伝達マトリックス F を数値的に得る。

$$V_R = F V_L \quad \text{--- (4)}$$

仮定④より、有効断面は格間内において変化しないとし、有効断面の決定は次のように行なう。格間要素の断面全体を板幅方向に微小分割し、それぞれの微小要素の図心における望直応力を次式で求める。

$$\sigma = E \cdot \left\{ u' - \Psi' y - \Omega' z - \Theta' y_s \right. \\ \left. - \frac{(V - z\Theta) \cos \beta - (w + y\Theta) \sin \beta}{R} - \epsilon_t(y, z) \right\}$$

--- (5)

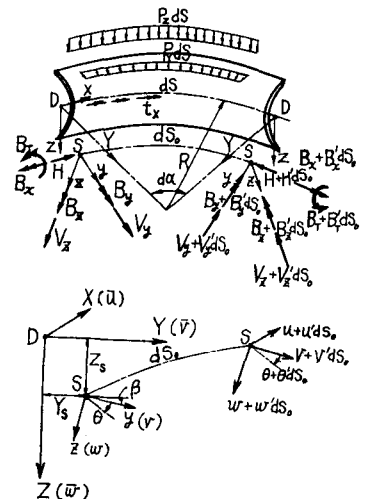


図-1

ここに、 y, z は有効断面の主軸座標による微小要素 Δ の座標であり、 φ_s は有効断面の S に関する単位より慣性、 $\epsilon_r(y, z)$ は残留ひずみであり圧縮を正とする。

式(5)に用いる変位、変位量は格間 e の左端と右端の状態量ベクトル V_L, V_R の平均値として求めた。このようにして得られた垂直応力により、降伏判定を行ない、格間 e の有効断面と、その主軸座標を決定する。断面定数は有効断面について計算され、例えば曲げ剛性は、

$$EI_y = E \int_{Fe} z^2 dF, \quad EI_z = E \int_{Fe} y^2 dF \quad \text{---- (6)}$$

となり、ここに、 Fe は有効断面を表わす。ただし、St. Venant のねじり定数については全断面有効として算定した。一方、降伏した格間 e の微小断面要素は、各々(降伏応力 $\times$ 微小断面積)の垂直力を受けもつから、有効断面だけを考えた格間要素 e の両端には、その垂直力に等しい抵抗力が作用すると考えることができる。同様に抵抗モーメントも考えられ、次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \Delta H_{y,e} &= -F_p \sigma_r \cdot \text{sign}(\sigma) dF, & \Delta B_{y,e} &= -F_p \sigma_r \cdot \text{sign}(\sigma) \cdot z dF \\ \Delta B_{z,e} &= F_p \sigma_r \cdot \text{sign}(\sigma) \cdot y dF, & \Delta B_{r,e} &= F_p \sigma_r \cdot \text{sign}(\sigma) \cdot \varphi_s dF \end{aligned} \quad \text{---- (7)}$$

ここに、 $\text{sign}(\sigma)$ は式(5)の応力が引張のとき1、圧縮のとき-1である。また、抵抗せん断力、抵抗ねじりモーメントも考え得るが、これらは微小量であり無視できる。このように格点で、左右の格間の有効断面が変化する場合、それらの影響を導入できる格点伝達マトリックスが必要である。

変位、変形量の格点伝達方程式は、格点における断面上の任意点の変位の連続条件を用いて得られる。一方、式(7)の抵抗力を考慮して格点 e の左側(L)と右側(R)に次のような断面力 F ：

$$\begin{aligned} \text{左側} \{ & B_{yL} + \Delta B_{yL}, V_{yL}, B_{yR} + \Delta B_{yR}, V_{yR}, B_{rL} + \Delta B_{rL}, \\ & B_{zL}, H_L + \Delta H_L \} \\ \text{右側} \{ & B_{yR} + \Delta B_{yR}, V_{yR}, B_{yL} + \Delta B_{yL}, V_{yL}, B_{rR} + \Delta B_{rR}, \\ & B_{zR}, H_R + \Delta H_R \} \end{aligned}$$

が作用するとして、仮想変位の原理を用いて断面力の格点伝達方程式が得られる。

3. 計算例

図-2, 3は橋本ら¹⁾による実験値と本解析法による計算結果の比較である。計算は梁を8要素に分割し、断面を60分割したものについて、また、実験供試体で測定されたものに対して近い溶接型の残留応力を用いて行った。荷重増分の大きさにもよるが、変形が大きくなっても変形状態をよく追従しているものと思われる。なお、図-2の場合、荷重増分を細かくしたにもかかわらずCPU-TIMEはFACOM-M160で約20分(大型計算機であれば約1/2分と思われる。)であった。

- 1) 橋本西田：曲線工形梁の耐力実験，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，1979年2月
- 2) 遠田：伝達マトリックス法による薄肉開断面曲線 β の有限変位理論の解析，土木学会論文報告集，NO.199
- 3) Lindner, J.: Näherungsweise Ermittlung der Traglasten von auf Biegung und Torsion beanspruchten I-Trägern. Die Bautechnik 5/1971

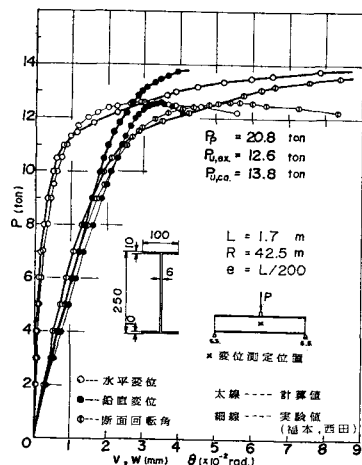


図-2

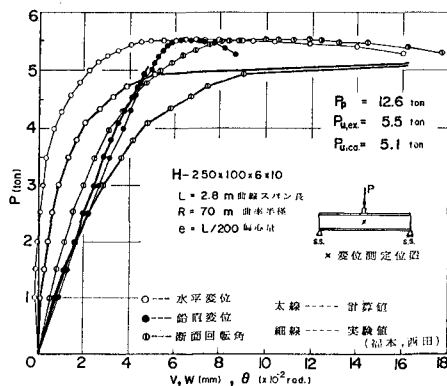


図-3