

大阪大学大学院 学生員 森 寛司
 大阪大学工学部 正 員 前田 幸雄
 長岡技術科学大学 正 員 林 正

1. まえがき

有限帯板法は長手方向に単純な形状を有する薄肉構造物の解析には極めて効率的な解析方法である。しかし、一般の薄肉構造物は多数の補剛材を有しているため、荷重状態によっては局所的な変形が生じる。したがって、従来の構造物全体の变形モードのみを用いた有限帯板法では、これらの補剛材間での局所的な変形を表わすことは困難である。そこで、本研究では従来の全体モードのみを用いた有限帯板法に各パネルにおいて局所的な変形を表わすモードを付加した有限帯板法¹⁾の定式化を行なった。この改良された有限帯板法を用いれば数少ない展開項で局所的な変形を求めることができる。

2. 変位関数

解析仮定は通常の有限帯板法と同じであるが、節線の自由度は必ずみの連続性を考慮して x 方向に級数展開された各変位成分に対して x, y, z 軸方向の変位 u, v, w とともに加える微係数

$$\varphi = \frac{\partial u}{\partial y} \quad \psi = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \theta = \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1)$$

の 6 自由度とする²⁾。さらに、局所変形を表わすため付加的自由度として各パネル内における局所モードの z 軸方向変位を加えると第 M パネルにおける変位関数は次式で与えられる。

$$u = \sum_i d_{im} \cos \frac{m\pi x}{l} \quad v = \sum_j d_{jm} \sin \frac{m\pi x}{l} \quad (2)$$

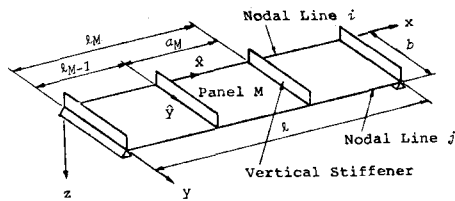


図-1 帯板要素

$$w_M = \sum_m d_{mm} \sin \frac{m\pi x}{l} + \sum_p \hat{w}_{Mp} \left\{ \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{2p\pi x}{a_m}) \right\} \left\{ \frac{1}{2} (1 - \cos \frac{2p\pi y}{b}) \right\} \quad (3)$$

ここに、 d_{im} は級数展開された全体モードの i, j 節線変位の第 m 項を要素とする 12 次の列ベクトルであり、 $\hat{w}_{Mp}$ は第 M パネルにおいて級数展開された局所モードの節点変位の第 p 項である。また、式(2)、(3)で用いられたベクトル ϕ_i は全体モードの y に関する形状関数である。

局所モードは式(3)の右辺の第 2 項によって表わされる。ここで用いられている局所モードの形状関数は、パネルの境界上で局所モードの変位成分を恒等的に零にする。よって、各帯板要素の平衡方程式において内部自由度として容易に消去することができる。

3. 平衡方程式

Kirchhoff の仮定により、必ずみの 3 成分 $\varepsilon_z, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ は無視できる。非線形項として v, w の 2 次項まで採用すれば残りの成分は次式で与えられる。

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (4)$$

仮想仕事の原理により各帯板要素の平衡方程式を導くと、以下のようになる。

$$\sum_n \{ k_{11}^M(m, n) \} d_n + \sum_q \{ k_{12}^M(m, q) \} \hat{w}_{Mq} = f_m \quad (m=1, 2, \dots) \\ \sum_n \{ k_{21}^M(p, n) \} d_n + \sum_q \{ k_{22}^M(p, q) \} \hat{w}_{Mq} = \hat{f}_{Mp} \quad \left(\begin{matrix} M=1, 2, \dots \\ p=1, 2, \dots \end{matrix} \right) \quad (5)$$

ここに、 f_m は全体モードの節線変位 dl_m に対応した等価節線力であり、 f_{mp} は局部モードの節点変位 w_{mp} に対応した等価節点力である。 $\sum_m$ は全体モード、 $\sum_p$ は局部モードの全級数、 $\sum_n$ は全パネルについての総和を示す。

局部モードはパネル間で達成することはないので、式(5)から局部モードの節点変位 w_{mp} を消去するための演算は各パネルごとに行なうことができ、大きなサイズの行列演算を必要としない。局部モードを消去すると帯板要素の平衡方程式は全体モードの各項に対して次式で与えられる。

$$Q_m = \sum_n (K_{mn}) dl_n \quad (6) \quad K_{mn} = \sum_p \left(k_{11}^M(m, n) - (k_{12}^M(m, p) (k_{22}^M(p, p))^{-1} (k_{21}^M(p, n)) \right), \quad Q_m = f_m - \sum_p \left(k_{12}^M(m, p) (k_{22}^M(p, p))^{-1} f_{mp} \right) \quad (7)$$

この局部モードを消去した平衡方程式を用いれば、構造物全体の平衡方程式の組み立てには全体モードの節線変位のみを考えるだけでよく方程式を解くための計算は著しく節約されることになる。

式(5)の剛性行列の要素の線形項を以下に示すが、 $\sum_n (k_{11}^M(m, n))$ の線形項は従来の有限帯板法の剛性行列と同じものとなるのでここでは省略した。ここに、 E はヤング率、 ν はポアソン比、 t は板厚を表わす。

$$k_{21}^M(p, n) = \{ k_{12}^M(n, p) \}^T = \frac{Et^3}{48(1-\nu^2)} \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix} \right\}, \quad (8)$$

$$h_1 = -\frac{b}{2}A, \quad h_2 = -\left(\frac{b^2}{12} - \frac{1}{\beta_p^2}\right)A - \nu(B+C) + \frac{1-\nu}{2}D \quad (9)$$

$$k_{22}^M(p, p) = \begin{cases} \frac{Et^3}{48(1-\nu^2)} \frac{ab}{16} (3\alpha_p^4 + 3\beta_p^4 + 2\alpha_p^2\beta_p^2) & (p=q) \\ 0 & (p \neq q) \end{cases} \quad (9)$$

$$A = \alpha_p^2 \delta_n^2 Q_{np}, \quad B = \delta_n (\cos \delta_n l_m - \cos \delta_n l_{m-1} + \delta_n Q_{np}), \quad C = \alpha_p^2 Q_{np}, \quad D = 4 \delta_n \alpha_p R_{np},$$

$$Q_{np} = \int_{l_{m-1}}^{l_m} \sin \delta_n x \cdot \cos \alpha_p x \, dx, \quad R_{np} = \int_{l_{m-1}}^{l_m} \cos \delta_n x \sin \alpha_p x \, dx, \quad \alpha_p = \frac{2\pi p}{am}, \quad \beta_p = \frac{2\pi p}{b}, \quad \delta_n = \frac{n\pi}{l} \quad (10)$$

4. 数値計算例

図-2に示すような断面を有する両端単純支持の箱桁橋について本研究で定式化した有限帯板法を用いて解析を行なった。スパン長は30mとし、1.5m間隔に隔壁、横桁、垂直補剛材を配置してある。荷重は、17kN/m²の等分布荷重を上フランジに満載した。

計算結果を図-3、4に示す。図-3のA、B断面は支点から14.75m、6.75mの位置にありともに横補剛材の中間の断面である。これより、荷重が直接載荷されている上フランジでは、各補剛材間できなり大きな局部変形をしていることがわかる。これに対して、下フランジ、ウェブでは、局部変形はほとんどみられない。これは、上フランジの補剛材間の板パネルが面外荷重を受ける板として変形するためである。

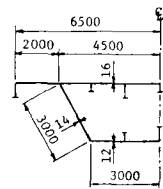


図-2 逆台形断面箱桁橋

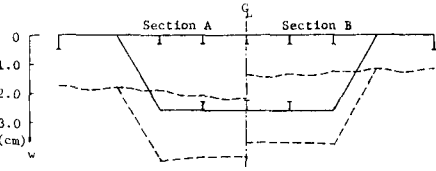


図-3 橋軸直角断面のたわみ曲線

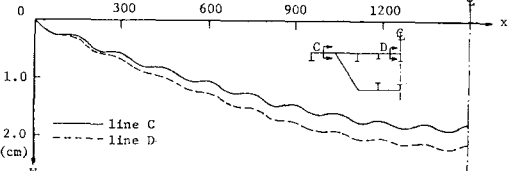


図-4 上フランジのたわみ曲線

この数値計算の結果より、本研究で誘導した有限帯板法の計算式は補剛材を有する薄肉構造物の局部変形を表わし得ることがわかった。本研究の計算式の誘導は林健治君(大阪大学大学院)の協力と得て行なったものであり付記して謝意を表する。

- 1) 前田幸雄, 他: 局部モードを用いた有限帯板法, JSSC第13回大会ソリッド解析法研究発表論文集, 1979
- 2) 吉田宏一郎, 他: 帯板要素による平板構造の曲げ解析, 日本造船学会論文集, 第132号, 1972