

北海道大学 工学部 学生員 高 橋 義 裕
 北海道大学 工学部 正 員 能 町 純 雄
 北海道大学 工学部 正 員 角 田 与 史 雄

1. まえがき

最近構造物の軽量化にともない薄肉部材より成る構造部材が多用されるようになり、それに伴ない全体的および局部的弾性座屈の検討はますます重要となってきた。本論文では、二次元応力の全成分を座屈前応力分布とする帯板要素の要素剛性方程式を設定し、等分布上縁荷重を受けるコー型断面部材の弾性座屈について有限帯板要素法により解析した。

2. 解析方法

解析には、有限帯板要素法 (F.S.M.) を用いた。コー型断面部材のウェブ上縁に荷重が作用する弾性座屈では、座屈前応力分布が二次元的に変化し、かつ二次元応力の全成分を含むことになる。従って F.S.M. で解析を進めるためには、座屈前応力分布が二次元応力の全成分で与えられる帯板要素の要素剛性方程式を設定する必要がある。

いま Fig. 1 (a) で示される幅 b 、長さ l 、厚さ t の帯板要素において、(b) で示される座屈前応力分布 $\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}$ が作用し、(c) で示される境界断面力 $\{T, S, Q, M\}$ とでつり合っており、対応する境界変位を $\{u, v, w, \theta\}$ とするとき帯板要素の全ポテンシャルエネルギー π は次のようになる。

$$\begin{aligned} \pi = & \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^b \int_0^t (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dx dy dz \\ & - \frac{1}{2} t \int_0^l \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} dx dy \\ & - \frac{1}{2} t \int_0^l \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy \\ & - t \int_0^l \int_0^b \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ & - \int_0^l \left\{ (T_{rx,l} u_r + S_{rx,l} v_r + Q_{rx,l} w_r + M_{rx,l} \theta_r) \right. \\ & \quad \left. - (T_{rx,r} u_{rl} + S_{rx,r} v_{rl} + Q_{rx,r} w_{rl} + M_{rx,r} \theta_{rl}) \right\} dx \quad \cdots (1) \end{aligned}$$

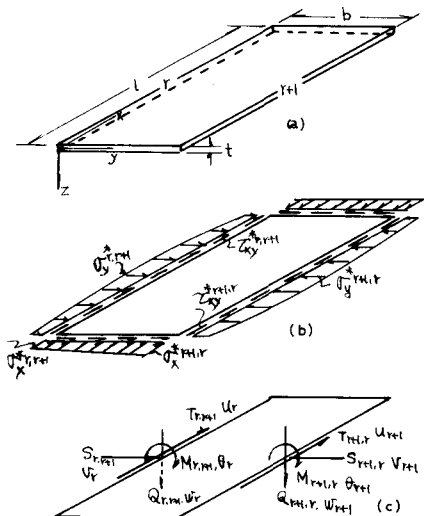


Fig. 1

従って帯板要素の面内変位と座屈前応力分布を短辺方向に関しての一次式に、さらに面外変位は短辺方向に関しての三次多項式に仮定し、ポテンシャルエネルギー停留原理により各境界断面力の式が x に関しての微分を含む形で与えられる。いま x 軸方向の境界条件を両端単純支持とすることにより各境界断面力と対応する各境界変位をフーリエ級数展開することができ、有限フーリエ変換によりそれぞれのフーリエ係数で与えられる帯板要素の要素剛性方程式が次のように得られる。

$$\{f\}_e = [K]_e \{\delta\}_e - \lambda [K^G]_e \{\delta\}_e \quad \cdots (2)$$

ここで $\{f\}_e$; 要素節線外力ベクトル, $[K]_e$; 要素剛性マトリックス, $\{\delta\}_e$; 要素節線変位ベクトル, $[K^G]_e$; 要素安定係数マトリックス, λ ; 座屈荷重強度を与える指標である。従って要素剛性方程式を全要素にわたり重ね合わせることで系全体の剛性方程式が得られる。すなわち

$$\{f\} = [K] \{\delta\} - \lambda [K^G] \{\delta\} \quad \cdots (3)$$

座屈問題は、(3) 式の安定限界を求めることであるので

$$\{0\} = [K] \{\delta\} - \lambda [K^G] \{\delta\} \quad \cdots (4)$$

となり $\{\delta\} \neq 0$ より $|[K] - \lambda [K^G]| = 0$ の固有方程式を得、 λ はその固有値として求め、座屈変形

モードはその固有ベクトルとして求まる。

3. 数値計算

単純支持薄肉コー型断面部材が等分布上縁荷重によって弾性座屈を生ずる場合について部材断面及び部材長と座屈荷重強度との関係を明らかにするため数値計算を行ないパラメトリックな検討を行なった。パラメーターとしては Fig.2 で示めされる断面諸元と部材長 l に対して、 l/H , H/t_w , H/B , t_f/t_w を用いた。分割数はフランジ部を2分割、ウェブ部を8分割とした。

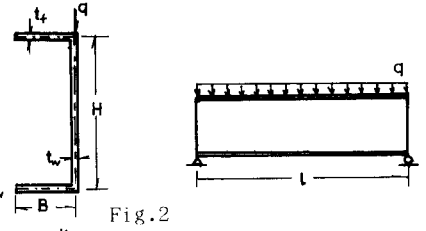


Fig.2

Fig.3 と Fig.5 で示される座屈係数 k は

$$q_{cr} = K \frac{D_w \pi^2}{l^2} \quad D_w = \frac{E t_w^3}{12 (1 - \nu^2)} \quad \dots (5)$$

の表現式で整理したもので、Fig.6 で示される座屈係数 k' は

$$\frac{q_{cr}}{t_w} = K' \frac{E \pi^2}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t_w}{H} \right)^2 \quad \dots (6)$$

の表現式で整理したものである。 k と k' の間には、 $k = (l/H)^2 k'$ の関係がある。

Fig.3 は、 $H/t_w = 50$ とし、 H/B , l/H をパラメーターにとり縦軸に座屈係数 k , 横軸に l/H をとりプロットしたものである。また、

Fig.4 は、Fig.3 における $H/B = 3$ の曲線に対する各 l/H についての座屈変形モードを示したものである。Fig.3 と Fig.4 よりプロットされた曲線のピーク値より左側の領域では下フランジとウェブとの接合部の移動はほとんど見られないウェブの局部座屈が支配的な領域であり、右側の領域では上述接合部の移動が見られ全体座屈が支配的な領域であることが分かる。

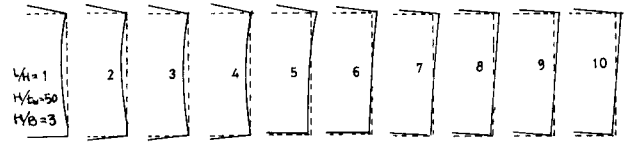


Fig.4

Fig.5 は、 $H/t_w = 50$, $H/B = 3$ とし、 t_f/t_w , l/H をパラメーターにとり縦軸に座屈係数 k , 横軸に l/H をとりプロットしたものである。座屈係数 k の値は t_f/t_w の値が大きくなるに従ってほぼ同一割合で大きくなっている。

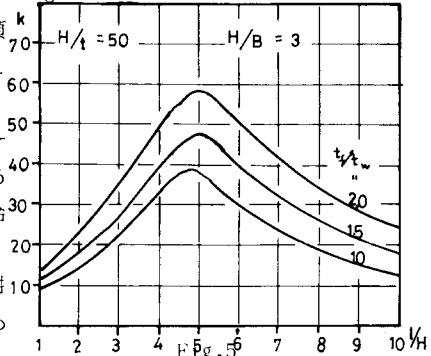


Fig.6 は、 $H/B = 3$ とし、 l/H , H/t_w をパラメーターにとり縦軸に (6) 式で示される座屈係数 k' , 横軸に H/t_w をとりプロットしたものである。Fig.4 の座屈変形モードより横軸に平行な部分は板要素としての局部座屈が支配的な部分であり、右上がりの部分は全体座屈が支配的な部分である。また横軸に平行な部分は H/t_w の値の変化によらず座屈係数 k' の値は与えられた l/H に対して一定値をとるので (6) 式より H を一定とすると q_{cr} は t_w の3乗に比例し、 t_w を一定とすると H の2乗に逆比例することになる。

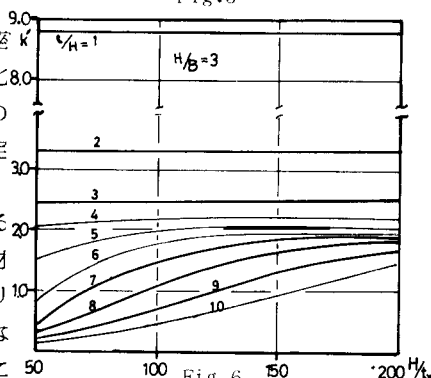


Fig.6

4. あとがき

二次元応力の全応力成分を座屈前応力とする帯板要素の要素剛性方程式を設定し、単純支持薄肉コー型断面部材の上縁に等分布荷重が荷重された場合の弾性座屈に関しパラメトリックな解析を行った。結果を要約すると；1) H/B の値が大きくなるに従って全体座屈領域は狭くなる。2) t_f/t_w の値が大きくなるに従って座屈係数 k はほぼ同一割合で大きくなる。3) 局部座屈領域では q_{cr} は与えられた l/H に対して H を一定とした場合には t_w の3乗に比例し、 t_w を一定とした場合には H の2乗に逆比例する。