

大阪工業大学

正員 ○岡村宏一

東洋技研コンサルタント

正員 島田 功

1. まえがき; 直交異方性板理論の補剛術を持った板構造への適用に関する研究は、多くの人々によってなされてきた。曲げ問題の基礎式はHuberによって確立されたが、Pflügerらは補剛術の偏心を考慮し、板の面内変形 (u, v) と面外変形 (w) に関する微分方程式を誘導し、さらに、 u, v を消去して、 w に関する 8 階の偏微分方程式を導いている。しかし、これらの理論は、本質的にこの種の構造を補剛術も含めた等価な異方性板として平均化するものであって、補剛術の集中効果を無視した巨視的な解法である。したがって荷重点近傍などの挙動を上述のような平均化による手法によって解析するのは問題があり、このような部分は立体解析による忠実な評価が必要である。本文は、このような観点から、偏心補剛板の全体的挙動を異方性板で把握し、荷重の近傍のように各要素間の関連を忠実に考慮する必要がある部分には立体解析法を同時に考慮しうる解法について述べたものである。

2. 析と合成される板の基礎式; ここでは、解式を簡単に表示するため、図-1 に示すように、補剛筋は x 方向にのみ配置されているものとする。はりのとの合成面で受け渡される鉛直ならびに水平方向の不静定力を q_u, S_{xu} とすれば、板および、はりの基礎式は次式¹⁾ になる。

$$\left. \begin{aligned} D(\Delta \Delta w) &= q_0 - q_u - \frac{h}{2} \frac{\partial S_{xu}}{\partial x} \\ h(\Delta \phi) &= v \frac{\partial S_{xu}}{\partial x} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \int S_{xu} dx \end{aligned} \right\} \text{----- (1)}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_r I_r}{B} \frac{d^4 u_0}{dx^4} &= q_u - e \frac{\partial S_{xu}}{\partial x} \\ \frac{E_r A_r}{B} \frac{d^2 u_0}{dx^2} &= -S_{xu} \end{aligned} \right\} \text{----- (2)}$$

ただし、 w_0 はりのたわみ、 u_0 はり重心軸の水平変位、 B : 接合面の幅、添字 r ははりの断面定数を示す。

また、板とはりの合成条件式は、

$$w = w_0, \quad u = u_0 + \bar{e} \frac{dw_0}{dx} \text{----- (3)} \quad \text{ここに } u: \text{板中央面の水平変位, } \bar{e} = e + \frac{h}{2}$$

式(3)の合成条件および、式(2)より、不静定力 q_u, S_{xu} は次のようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} q_u &= \frac{1}{B} (E_r I_r + E_r A_r \bar{e}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \frac{1}{B} E_r A_r \bar{e} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \\ S_{xu} &= -\frac{1}{B} E_r A_r \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \bar{e} \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \right) \end{aligned} \right\} \text{--- (4)}$$

式(4)を式(1)に代入すると、次の偏心補剛板の基礎式をうる。

$$\left. \begin{aligned} D(\Delta \Delta w) &= q_0 - \frac{1}{B} (E_r I_r + E_r A_r \bar{e}^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{1}{B} E_r A_r \bar{e} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \\ h(\Delta \phi) &= \frac{1}{B} E_r A_r \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - v \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right) - \frac{1}{B} E_r A_r \bar{e} \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - v \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) \end{aligned} \right\} \text{--- (5)}$$

ただし、はりとの接合面以外では、

$$D(\Delta \Delta w) = q_0, \quad h(\Delta \phi) = 0 \text{----- (6)}$$

図-2

3. 析間での平均化による異方性板の基礎式の誘導; 析間の断面での諸量は、図-2 の重心位置で評価できる

1) 岡村・吉田・島田・道藤; 構造物の1つの弾性立体解析法とその系統的应用, 土木学会論文報告集, No. 190, pp. 61~74, 1971.

2) 岡村・吉田; 大たわみおよび、リブの補剛を考慮した長方形鋼板の弾塑性解析; 土木学会論文報告集, No. 196, pp. 29~43, 1971.

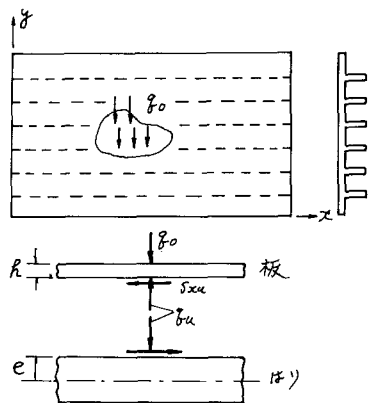
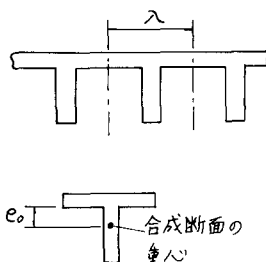


図-1 偏心補剛板



ものとし、また重心位置を中立軸を仮定すると、

$$U = (E_0 + \frac{E}{2}) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \text{--- (7) ただし } E_0 = (E E_v A_r - \frac{1}{2} E R^2 \lambda) / (E R \lambda + E_r A_r)$$

式(7)を式(5)に代入し整理すると

$$D(44w) = g_0 - \frac{1}{8} (E_r I_r + \frac{E A_r E R \lambda}{E R \lambda + E_r A_r} \bar{e}^2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad \text{--- (8-1)}$$

$$R(44\phi) = -\frac{1}{8} (E_0 + \frac{E}{2}) E R \lambda (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) \quad \text{--- (8-2)}$$

ところで、ここでは補剛桁がx方向のみの場合を扱っているので式(8-2)の右辺の項は次式のようにになる。

$$-\frac{1}{8} (E_0 + \frac{E}{2}) E R \lambda (\frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}) = -\frac{E R \lambda}{8} (\frac{\partial^2 \xi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi_y}{\partial x^2}) = -\frac{E R \lambda}{8} \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad \text{--- (9)}$$

したがって、板中央面でのせん断ひずみを無視すれば、式(8-2)右辺の項は零となる。以下 $R(44\phi) = 0$ とする。

式(8)と式(6)を考慮し、補剛桁間で平均化すれば、次式となる。

$$D(44w) = g_0 - (\frac{E_0 I_0}{\lambda} - D) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \quad \text{--- (10)}$$

ただし、 $E_0 I_0$; 図-2の合成断面の曲げ剛度 $= \lambda D + E_r I_r + \frac{E R \lambda E_v A_r}{E R \lambda + E_r A_r} \bar{e}^2$

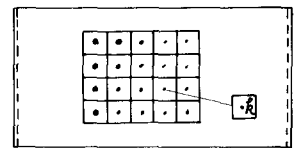
式(10)は、次式となり、異方性板の基礎式を得る。

$$\frac{E_0 I_0}{\lambda} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = g_0 \quad \text{--- (11) 一方、} R(44\phi) = 0 \text{ である。}$$

4. 直交異方性板理論の部分的な精密化を考慮した解法; 偏心補剛板の全体的評価は、式(11)の異方性板を解くことにより得られる。一方、荷重近傍、または忠実に挙動を把握しなければならない部分は、式(1)で処理しなければならない。式(1)の曲げの式を異方性板の微分方程式の型に書き換えると

$$\frac{E_0 I_0}{\lambda} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = (\frac{E_0 I_0}{\lambda} - D) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + g_0 - g_a - \frac{R}{2} \frac{\partial^2 S_{xx}}{\partial x^2} \quad \text{--- (12)}$$

すなわち、式(12)は式(11)に、不静定力の項および、異方性板の剛度との差異による項 $Z = (\frac{E_0 I_0}{\lambda} - D) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}$ が附加されたものとなり、また、式(12)より、 Z は、荷重 g_0 と同様の性格を持つことがわかる。このような物理量に関して、筆者はすでに、高精度で解析できる1つの解法を公表した²⁾。すなわち、剛度変化に対応する物理量は、内点を囲む比較的小さい有限領域で一定値を持つものと見なし、連続解を与える線形化の手法である。ここでも、同様な手法を用いる。図-3(a)に示すように忠実に評価する部分を、有限な小領域に分割し、点 R で考慮する物理量 Z は、その領域内で平均化してよいものとみなせば、均一な分布をもつ仮想力による異方性板内の任意点の変位が得られる。しかし、 Z は、 w の4階微分であるので、前論文²⁾と同様、部分的差分法を用いる。すなわち、解析可能な曲率の2階差分式で表わすと、忠実に評価する部分で考慮すべき仮想力が、有限領域の選定の曲率を未知量とした連立方程式の解として定まる。一方、補剛桁との接合面に働く下静定力の分布も立体解析を容易にするため、細



(a)



(b)

図-3

かく分割された区間で等分布する下静定量の連続形で仮定し、有限個の不静定量をもう一系として扱い、はかりとの合成条件を選点で満足させ、 g_u, S_{xx} を決定する¹⁾。式(12)のはりの解は、全体系との境界において、変位が連続(u, w, ϕ の連続)する条件により解かれる。

5. あとがき; 計算機の発達によって、複雑な合成構造物も、その有機的関連を十分考慮した解析がおこなわれつつあるが、計算時間、容量などに限度があり、本報告のような全体的な方法と、ズームアップの手法を同時に用いる解法も有意義であるとおもわれる。なお、式(8)は、x方向のみの補剛桁をもつ場合の異方性板の曲げの基礎式であるが、y方向桁を持つ問題への拡張も可能である。