

佐友重機械(株) 正員 ○ 山本 孝雄
佐友重機械(株) 正員 北原 俊男

1. まえがき ケーブルの非線形性を考慮した斜張橋の解析については、従来、基本的には Ernst の修正弾性係数に基盤をおいた手法が用いられてきたが、本報告は、A. H. Reynolds 等のカテナリー形状に基く単ケーブルの解析⁽¹⁾を斜張橋ケーブルに応用し、ケーブルの放物線仮定に基いた前田⁽²⁾等の手法と並んで、より厳密で実用的な斜張橋の解析法を提案するものである。

2. 解析手法 (1) 単ケーブルの解析 ケーブルの解析としては、W. T. O'Brien, A. J. Francis の応力法に基いた手法を始めとして複数提案されてきているが、Reynolds 等は、O'Brien 等の手法に基き、ケーブル構造の体系的取扱を行って、送電線システムの非線形解析について報告している。この手法は、本質的に後藤によるアプローチと同じであるが、ケーブル剛性を数値的に定義しているのが特徴と言える。以下、この手法の概要について紹介する。

まず、図1に局部座標系 (x, y) における単ケーブルの釣り合い状態を示す。 $F_1 \sim F_3$ をケーブル張力ベクトル、 T_x, T_y を両端点でのケーブル接線方向張力、 L_u をケーブル無応力長、 $E_c A_c$ をケーブル伸び剛性、 w_c をケーブル単位長さ当り重量とすると、カテナリー形状からの弾性伸びを仮定して、ケーブル水平投影長 H 、鉛直投影長 V 、及びケーブル長 L は、次式のように与えられる。

$$H = F_1 \left(\frac{L_u}{E_c A_c} + \frac{1}{w_c} \log \frac{F_3 + T_x}{T_x - F_2} \right) \quad \text{----- (1)} \quad V = \frac{1}{2 E_c A_c w_c} (T_y^2 - F_2^2) + \frac{T_y - F_2}{w_c} \quad \text{----- (2)}$$

$$L = L_u + \frac{1}{2 E_c A_c w_c} (F_3 T_y + F_2 T_x + F_1^2 \log \frac{F_3 + T_x}{T_x - F_2}) \quad \text{----- (3)}$$

また、静的な力の釣り合い式を考慮して、 H, V 及び L は、最終的にそれぞれ F_1, F_2 の関数として $H = \bar{H}(F_1, F_2)$ 、 $V = \bar{V}(F_1, F_2)$ 、及び $L = \bar{L}(F_1, F_2)$ と表される。従って、初期値 F_1^i, F_2^i を仮定し繰返し計算によって適合条件式 (1) ~ (3) を満足する F_1, F_2 を求めることになる。いま、ステップ i での端部張力を F_1^i, F_2^i とし、不平衡力ベクトルを $\Delta F_1^i, \Delta F_2^i$ とすれば、次のステップの F_1^{i+1}, F_2^{i+1} は、以下のようになり許容誤差内まで繰返される。

$$\begin{Bmatrix} F_1^{i+1} \\ F_2^{i+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^i \\ F_2^i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \tau & \delta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta H^i \\ \Delta V^i \end{Bmatrix} \quad \text{----- (4)} \quad \begin{Bmatrix} \Delta H^i \\ \Delta V^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon & \xi \\ \eta & \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta F_1^i \\ \Delta F_2^i \end{Bmatrix} \quad \text{----- (5)}$$

$$\text{ここに、} \quad \varepsilon = \frac{\partial \bar{H}}{\partial F_1^i}, \quad \xi = \frac{\partial \bar{H}}{\partial F_2^i}, \quad \eta = \frac{\partial \bar{V}}{\partial F_1^i}, \quad \theta = \frac{\partial \bar{V}}{\partial F_2^i} \quad \text{----- (6)} \quad \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \tau & \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon & \xi \\ \eta & \theta \end{bmatrix}^{-1} \quad \text{----- (7)}$$

次に、ケーブルの剛性係数 $[K\alpha]$ は、式 (4) ~ (7) から直接誘導しないうで、図2に示されるように、水平、鉛直方向の微小変位をそれぞれ $\Delta H, \Delta V$ として与え、数値的に定義するものとすれば、 $a_1 = (F_3^i - F_2^i) / \Delta H$ 、 $a_2 = (F_3^i - F_2^i) / \Delta V$ 、 $a_3 = (F_3^i - F_2^i) / \Delta V$ として、 $[K\alpha] = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix}$ 、 $[k] = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_2 & a_3 \end{bmatrix}$ ----- (8)

となり、微小変位増分 $\{\Delta x\}$ による微小張力増分 $\{\Delta F\}$ は、 $\{\Delta F\} = [K\alpha] \{\Delta x\}$ ----- (9) として示される。

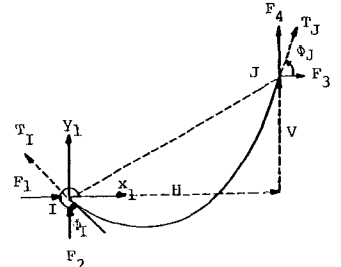


図1 ケーブル要素

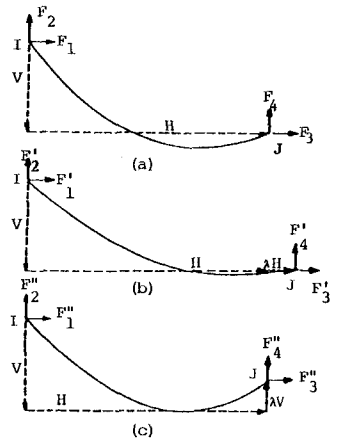


図2 微小変位による剛性係数の定義

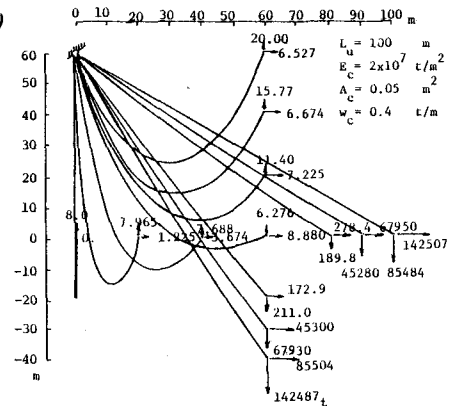


図3 単ケーブルの変形と端部張力

(2) 平面骨組解析法の適用 微小変形理論に基づく通常の平面骨組解析における剛性係数(K₀)と単ケーブルの剛性係数(K_u)が全体座標系で定義されているものとする。全ケーブル本数nに対して全体構造物の剛性係数(K)は $[K] = [\sum_{i=1}^n K_{u_i} + K_0]$ となる。いま、i回目の繰返し計算で、ケーブル張力を $\{F_i\}$ 、骨組構造の不均衡断面力を $\{F_0\}$ 、そして外荷重を $\{P\}$ とすると、構造物全体としての不均衡力 $\{Q_i\}$ は、次式として表わせる。

$$\{Q_i\} = \{F_0\} + \{F_i\} + \{P\} \quad \text{---- (10)}$$

従って、変位を $\{D_i\}$ とするとi+1回目の近似値 $\{D^{i+1}\}$ は、

$$\{D^{i+1}\} = \{D_i\} + [K]^{-1} \{Q_i\} \quad \text{---- (11)}$$

として与えられ、許容誤差を ϵ として $|D^{i+1} - D^i| \leq \epsilon$ ならば収束したものと見て、最終的な鈎合の形状が得られることになる。

3. 数値計算例 簡単な計算例として、無応力長が100mの単ケーブルを取上げ、その一端を固定し他端を移動させたときの変形、端部張力を式(4)を用いて求めると図3のようになる。次に、後藤による手法との比較のため文献(5)の計算例を引用する。図4に自重1kN/m、伸び剛性 20×10^7 となるケーブルの初期鈎合の形状図、並びに、Case 1としてケーブル中央点でケーブル全重量の半分を鉛直上向きに、さらにCase 2として斜め45°から20t、80tまで与えた場合の変形図をそれぞれ示す。Case 1の場合、ケーブル中央点の鉛直変位量は初期ケーブル量と一致し、Case 2についても当然ながら後藤の手法による結果と一致した。

さらに、斜張橋解析への応用として、図5に示される大径間架設モデルを対象に、片持式工法による架設を想定して架設計算を行った。なお、ケーブル無応力長は、完成時形状で水平張力を図5のように与えたとき求められ、他の構造諸元と共に表1のように示される。表2に各ステップの諸量を示す。表2より、特にステップ8で断面力、たわみが大きいことから、ステップ8の代りにステップ7から9を再分割し、途中の再分割入ステップa, b, cを取り出してその非線形度をも合わせて表示すると表3のようになる。ステップ8を経る場合と比べ諸量の低減が見られ、加えて架設時、完成時を問わずその非線形性の無視できないことが判る。なお、各計算の収束に要した繰返し回数は、架設時で7回、完成時で4回値であった。

4. あとがき 本手法は、ケーブル形状をカテナリーとした単ケーブルの解析法を斜張橋等のケーブルを有する骨組構造に適用したもので、解法自体は非常に平易である一方、ケーブルの極度の弛緩状態から緊張状態まで追従でき、収束性も良く、3次元への拡張も容易であることから、斜張橋のケーブル非線形性を考慮した解析法としても被物線ケーブルによるアプローチよりも実用的ではないかと考えられる。

参考文献 (1) Payrot, A.H. and Gaudin, A.M., "Nonlinear Analysis of Cable Restrained Structures," ASCE 1977 Annual Conventions Exhibit held at San Francisco

(2) 前田 他: 斜張橋の設計における非線形問題, 第4回橋梁工学シンポジウム, 1978 (3) Yamamoto, T., "Interactive Design of Cable-Stayed Bridges," Eng. Thesis at Stanford Univ. June 1978

(4) 山本 北原: ケーブルの非線形性を考慮した斜張橋解析, 1次設計技術報告第27巻80号 (5) 後藤 典夫: ケーブル部材の非線形性方程式, 土木学会論文報告集, 1270, 1978

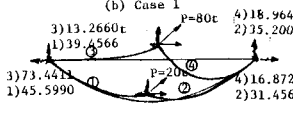
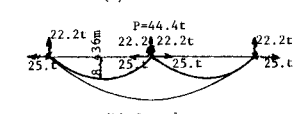
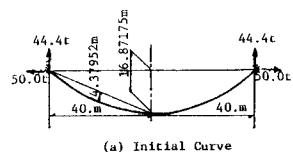


図4 集中荷重による変形と端部張力

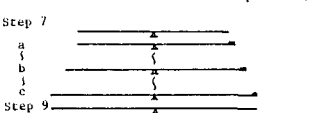
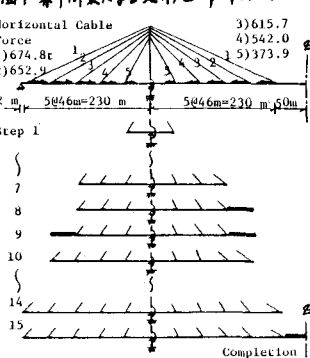


図5 大径間架設モデル

Step	V. Cdr. (kN)	Left End	Right End	Max. Bond	Max. Cable
1	0.042	0.042	9731	17122	17122
2	4.222	-3.870	52490	75865	75865
3	-0.125	-0.125	-10580	29542	29542
4	0.102	0.102	5033	17929	17929
5	8.131	-6.998	57900	79933	79933
6	-0.257	-0.257	-10580	33729	33729
7	0.122	0.122	2164	20433	20433
8	10.740	-12.160	66320	80314	80314
9	-0.475	-0.475	-13060	37864	37864
10	0.082	0.082	2582	22167	22167
11	12.260	-13.700	36140	70825	70825
12	-0.882	-0.882	-15450	43426	43426
13	-0.063	-0.063	-4704	26056	26056
14	0.	-0.122	-6294	26046	26046
15	0.	-1.255	24740	39796	39796

表1 大径間架設モデルの諸元

表2 大径間架設モデルの断面力と変位

Step	Max. Vertical Displ. (m)			Max. Bending Moment (kNm)			Max. Cable Stress (N/m ²)		
	Linear	Nonlinear	Error (%)	Linear	Nonlinear	Error (%)	Linear	Nonlinear	Error (%)
7	0.116	0.122	-6.6	1967	2144	-8.3	20572	20433	0.7
a	1.126	1.407	-19.3	-2957	-3230	-8.5	24721	23210	-1.8
b	-1.190	-1.436	-3.2	-6670	-6584	-1.7	28818	28060	2.7
c	-2.200	-1.930	14.0	-13180	-12910	2.1	42089	39850	5.3
9	-0.486	-0.475	2.3	-13270	-13060	1.6	38282	37864	1.2
Comp. 1	-1.337	-1.255	6.5	25790	24740	4.2	40972	39796	3.0
Comp. 2	-2.668	-2.385	11.9	44940	41520	8.2	61133	56666	7.3

表3 大径間架設モデルの非線形度