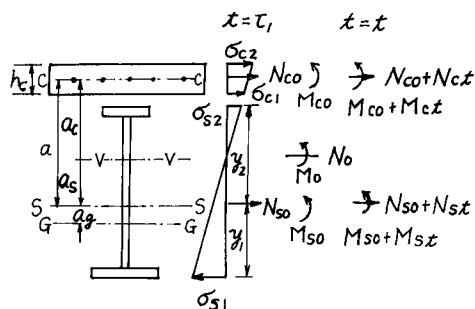


北海道大学 正員 渡辺 昇
岩手大学 正員 宮本 裕
久慈高校 正員 安彦 敏郎

1. まえがき 連続合成桁の乾燥収縮応力の計算法には Sattler の方法などがあるが、彦坂は文献(1)により、実用式を提案している。これまでに著者等は、剛性マトリックスを用いた変形法により、変断面、連続支持条件などを有する合成桁の乾燥収縮応力などを計算する方法を発表してきた。今回は、今までの方法に改良を加えた変形法により、連続合成桁の乾燥収縮応力を計算し、それを彦坂の実用式によるものと比較検討し、理論の妥当性を確認したものである。

2. 合成桁に作用する外力 M_0, N_0 の弾性理論による各断面への配分量を $M_{c0}, N_{c0}, M_{s0}, N_{s0}$ とする。これらの配分された断面力は、コンクリートの乾燥収縮により、 $M_{ct}, N_{ct}, M_{st}, N_{st}$ だけ変化するが、連続合成桁では M_0 の値も時間的に変化するため、断面力の変化量は M_0 が一定の場合と M_0 の変化により生ずる量との和となる。



$$M_{st} = M_{st}^0 + M_{stt}, \quad N_{ct} = N_{ct}^0 + N_{ctt} = -N_{st}$$

$$M_{ct} = M_{ct}^0 + M_{ctt}, \quad N_{st} = N_{st}^0 + N_{stt}$$

$M_{st}^0, N_{ct}^0, M_{ct}^0$ は、それぞれ以下の式で表わされる。

$$M_{st}^0 = \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right) a \left\{ 1 - e^{-\alpha \varphi(x, t_1)} \right\}$$

$$N_{ct}^0 = -N_{st}^0 = \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right) \left\{ 1 - e^{-\alpha \varphi(x, t_1)} \right\}, \quad M_{ct}^0 = \frac{I_c}{n I_s} a \left(-\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right)$$

ここで t_1 は収縮開始時刻、 ϵ_s は $t \rightarrow \infty$ の場合の最終自由ひずみをそれぞれ表わし、 $\varphi_n = \varphi_n(t_1)$ である。

3. 文献(1)では、 $M_{stt}, N_{ctt}, M_{ctt}$ を以下の様に仕事の方程式から求めている。

$$\delta_{11} = \int \frac{M_1 \bar{M}_1}{E_s I_s} dx, \quad \delta_{1x} = \int \frac{M_1 M_{st}}{E_s I_s} dx, \quad X_{s1t} = -\frac{\delta_{1x}}{\delta_{11}}$$

$$M_{stt} = \sum_{i=1}^m \bar{M}_i X_{s1t} = \bar{M}_1 X_{s1t} = \sum_{j=1}^m \left[B_j \int \frac{M_j}{E_s I_s} \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right) a \left\{ 1 - e^{-\alpha \varphi(x, t_1)} \right\} dx \right]$$

$$N_{ctt} = -N_{stt} = \frac{A_c a}{n I_s} \alpha \sum_{j=1}^m \left[B_j \int \frac{M_j}{E_s I_s} \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right) a \frac{\alpha}{\alpha - \alpha} \left\{ e^{-\alpha \varphi(x, t_1)} - e^{-\alpha \varphi(x, t_1)} \right\} dx \right]$$

ここで $B_j = -\frac{1}{|D|} \sum_{i=1}^m A_{ji} \bar{M}_i$ であり、 $|D|$ は X_{s1t} を求める弾性方程式の係数を要素とする行列式であり、 A_{ji} は、この行列式の j 行 i 列要素 B_{ji} の余因数である。

4. これに対し変形法では、 $M_{stt}, N_{ctt}, M_{ctt}$ を、以下の様に変形法で求めた M_v より求めることができる。荷重項を $-M_{st}^0/EI_s, M_{st}^0/EI_s$ とし、要素の剛性マトリックスを次のように表わす。

$$\begin{Bmatrix} Q_v(0)/EI_v \\ M_v(0)/EI_v \\ Q_v(l)/EI_v \\ M_v(l)/EI_v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 12/l^3 & -6/l^2 & -12/l^3 & -6/l^2 \\ -6/l^2 & 4/l & 6/l^2 & 2/l \\ -12/l^3 & 6/l^2 & 12/l^3 & 6/l^2 \\ -6/l^2 & 2/l & 6/l^2 & 4/l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y(0) \\ y'(0) \\ y(l) \\ y'(l) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -M_{st}^0/EI_s \\ 0 \\ M_{st}^0/EI_s \end{Bmatrix}$$

この式より変形法で M_v を求め、次式から M_{sxt} を求める。

$$M_{sxt} = M_v \times \frac{I_s}{I_v}$$

M_{cxt} は、上記の要素の剛性マトリックスにおいて、 M_{sxt}^0 の代りに

$$M_{cxt}^0 = a \left(-\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right) \cdot \frac{\alpha}{1-\alpha} \left\{ e^{-\alpha \varphi(x, \tau)} - e^{-\alpha \varphi(x, \tau_1)} \right\} \text{ を代入し、変形法で求めた } M_v \text{ より}$$

$$M_{cxt} = \frac{I_c}{n I_s} \left(M_v \times \frac{I_s}{I_v} \right) \text{ として求める。}$$

同様に N_{cxt} も、上記の剛性マトリックスにおいて、 M_{sxt}^0 の代りに

$$N_{cxt}^0 = \alpha \left(\frac{E_c A_c \epsilon_s}{\varphi_n} \right) a \frac{\alpha}{\alpha - \alpha} \left\{ e^{-\alpha \varphi(x, \tau)} - e^{-\alpha \varphi(x, \tau_1)} \right\} \text{ を代入し、変形法で求めた } M_v \text{ より}$$

$$N_{cxt} = \frac{A_c a}{n I_s} \left(M_v \times \frac{I_s}{I_v} \right) \text{ として求める。}$$

5. 計算例

諸元 $A_c = 16 \times 160 = 2560 \text{ cm}^2$, $I_c = 54610 \text{ cm}^4$

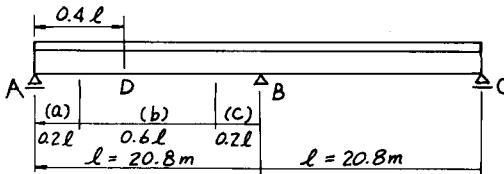
$E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$, $E_c = 3.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$

$n = E_s/E_c$, $\phi = 2$, $\epsilon_s = 15 \times 10^{-5}$

鋼桁断面 (a) 12×200 , 920×8 , 19×280

(b) 12×200 , 920×8 , 22×360

(c) 22×250 , 920×8 , 19×280



上記のような桁について、この変形法と彦坂の方法により、それぞれ M_{sxt} , M_{cxt} , N_{cxt} を計算し、2. の式により M_{sxt} , N_{cxt} , M_{cxt} を求める。さらに、鋼桁下縁の応力 σ_{s1} , 鋼桁上縁の応力 σ_{s2} , 版上縁の応力 σ_{c2} を次の式により求める。 $\sigma_{s1} = \frac{N_{sxt}}{A_s} + \frac{M_{sxt}}{I_s} y_1$, $\sigma_{s2} = \frac{N_{sxt}}{A_s} - \frac{M_{sxt}}{I_s} y_2$, $\sigma_{c2} = \frac{N_{cxt}}{A_c} - \frac{M_{cxt}}{I_c} \frac{h_c}{2}$

以上の結果を表で示す。 σ については Sattler の厳密解とも比較してみる。

		変形法	彦坂				変形法	彦坂	
点 D	$M_{st}(\text{kg}\cdot\text{cm})$	296 800	303 322	点 B	$M_{st}(\text{kg}\cdot\text{cm})$	-518 700	-536 243		
	$N_{ct}(\text{kg})$	14 941	11 853		$N_{ct}(\text{kg})$	28 223	28 334		
	$M_{ct}(\text{kg}\cdot\text{cm})$	2 186	2 061		$M_{ct}(\text{kg}\cdot\text{cm})$	- 3 192	- 3 632		
		変形法	彦坂	Sattler			変形法	彦坂	Sattler
点 D	$\sigma_{s1}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	-43	-42	-45	点 B	$\sigma_{s1}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	-243	-245	-225
	$\sigma_{s2}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	-161	-162	-165		$\sigma_{s2}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	-72	-68	-86
	$\sigma_{c2}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	5.5	5.5	5.7		$\sigma_{c2}(\text{kg}/\text{cm}^2)$	11.6	11.6	11.6

6. 上記計算結果のとおり、変形法による方法は、彦坂の実用式による方法および Sattler の方法と一致する。この変形法による方法は、変断面を持つ3径間以上の連続合成桁についても適用が可能であり、他の方法より汎用性に富み、電子計算機に適した方法であると言えよう。

7. 参考文献

- 彦坂：変断面連続合成桁橋のクリープおよび収縮応力解法，土木学会論文報告集，第199号，1972年3月
- 小嶋，渡辺，宮本：剛性マトリックスによる連続合成桁の乾燥収縮及び温度差応力解析，第32回講演概要集
- 渡辺，宮本，小嶋：剛性マトリックスによる連続合成桁の乾燥収縮および温度差応力解析，橋梁と基礎，Vol. 12, No. 6, 1978