

九州大学 学生員 ○金子 常光
正員 今井 富士夫
正員 太田 俊昭

1. 予えがき 円弧曲線桁の弾塑性解析法として塑性ビンジ理論による解析法がみられるが、この解析法は、弾塑性解析法としては近似解析であり、桁のより厳密な弾塑性挙動を追跡するためには部材の降伏域の広がり¹⁾を考慮しうる解析法が必要となる。そこで、着者らは、先に断面に沿って生じるせん断応力は一定である²⁾と仮定した弾塑性解析理論を提案したが、今回は、曲げによ³⁾って生じるせん断応力の効果も考慮しうる解析法を提案するとともに円弧曲線桁のモデル実験で得られた解と本理論解との比較検討を行った。

2. 基礎理論 まず、本理論に用いた仮定を列記する。(1)断面形状は不変である。(2)曲げに対しては平面保持の法則が成り立つ。(3)せん断中心は図心と一致する。(4)降伏条件はMisesの降伏条件を用いる。(5)その影響は無視する。

さて、図-1に示す n 等分割された円弧曲線桁を考慮する。各部材要素に作用する端モーメント増分 $\dot{M}$ 、要素材端に生じる接線角増分 $\dot{\theta}$ とすると、補ひずみエネルギー法より次式を得ることが出来る。

$$\dot{M} = K \dot{\theta} - K_p \dot{L} \quad (1)$$

ここに、 K は極座標系における剛性マトリックス、 K_p は塑性項に関する係数マトリックス、 $\dot{L}$ は塑性曲率および塑性ねじり率に関する変形増分である。

また、変形の適合条件式は、要素材端の接線角増分 $\dot{\theta}$ と変形増分 $\dot{\theta}$ （たわみ、たわみ角、ねじり角）より

$$\dot{\theta} = A_e \dot{\theta} \quad (A_e: \text{係数マトリックス}) \quad (2)$$

一方、力のつり合い式は、外力増分 $\dot{P}$ とすれば反傾関係から式(2)の A_e を用いて

$$\dot{P} = A_e^T \dot{M} \quad (3)$$

式(1), (2), (3)を $\dot{\theta}$ と $\dot{M}$ について解くと次式が得られる。

$$\dot{M} = K A_e \dot{\theta} - K_p \dot{L}, \quad \dot{\theta} = S \dot{P} + S A_e^T K_p \dot{L}, \quad \text{ここに } S = (A_e^T K A_e)^{-1} \quad (4, a), (4, b)$$

式(4)より、円弧曲線桁の弾塑性解析が可能となるが、式中の未知量である $\dot{L}$ は、 n 分割した1部材要素をさらに細かく k 分割した各々の断面での曲げモーメント-曲率、ねじりモーメント-ねじり率関係 $\dot{L}$ を求めることにより算定できる。その演算骨子は次のとおりである。

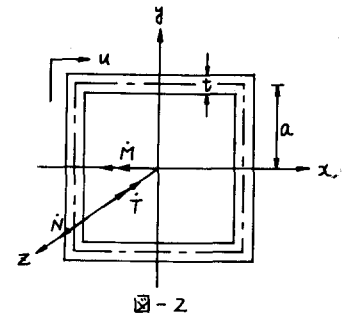
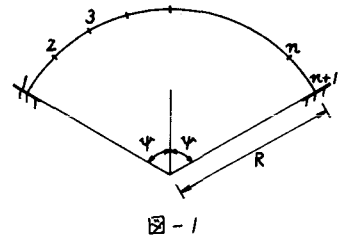
いま、図-2に示されるような曲げモーメント増分 $\dot{M}$ 、ねじりモーメント増分 $\dot{T}$ 、さらに軸力増分 $\dot{N}$ を受ける正方形箱形断面を考慮する。このとき、断面に生じる垂直応力増分 $\dot{\sigma}$ 、せん断流増分 $\dot{\tau} = t \dot{\tau}$ 、 t :肉厚、 $\dot{\tau}$:せん断応力増分)とすれば断面における力のつり合い式は、

$$\dot{M} = - \int \dot{\sigma} y dA, \quad \dot{N} = \int \dot{\sigma} dA, \quad \dot{T} = \oint \dot{\tau} a du \quad (5, a), (5, b), (5, c)$$

ここに、 dA :微小面積、 du :微小長さ、 a :図心から板厚中心までの距離式(5, c)での $\dot{\tau}$ は、微小要素での垂直応力とせん断力のつり合い条件、さらに閉断面の条件より

$$\dot{\tau} = - \int_0^u \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial z} t du + \left\{ \oint_0^u \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial z} t du - \frac{dU}{dz} + 2 F G \dot{\omega} \right\} / \oint_0^u t du \quad (6)$$

ここに、 $\oint$ は全周積分を表わし、 F :板厚中心で囲まれる面積、 G :せん断弾性係数、 $\dot{\omega}$:ねじり率増分
また、曲率増分 $\dot{\kappa}$ およびひずみ増分 $\dot{\epsilon}$ は、平面保持の法則より、上、下縁の垂直ひずみ増分 $\dot{\epsilon}_u$, $\dot{\epsilon}_l$ を用いて



$$\dot{\epsilon} = (\dot{\epsilon}_e - \dot{\epsilon}_u) / 2a, \quad \dot{\epsilon}_e = \frac{1}{2}(1 - \frac{\gamma}{\alpha}) \dot{\epsilon}_e + \frac{1}{2}(1 + \frac{\gamma}{\alpha}) \dot{\epsilon}_u \quad \text{--- (7, a)(7, b)}$$

さらに、応力増分とひずみ増分の関係式は、Reuss の方程式を用いて

$$\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - \frac{\gamma}{2} \sigma E \dot{\epsilon}, \quad \dot{\tau} = G \dot{\gamma} - 2 \tau G \dot{\gamma} \quad \text{--- (8, a)(8, b)}$$

ここに、E: 弾性係数, $\dot{\gamma}$: せん断ひずみ増分

ここで、式(8)における $\dot{\epsilon}$ は、Mises の降伏条件式にひずみ硬化の影響を考慮して次式で表わせる。

$$\dot{\epsilon} = (\sigma E \dot{\epsilon} + 3 \tau G \dot{\gamma}) / (\frac{\gamma}{2} \sigma^2 H' + \frac{\gamma}{2} \sigma^2 E + 6 \tau^2 G) \quad \text{--- (9)}$$

さて、この種の問題の数値解析には、反復法をはじめ種々の手法が提案されているが、ここでは、反復計算の全過程を通じて弾性時の剛性を用いることが出来る初期応力法⁴⁾を用いた。つまり、式(5), (6), (7), (8)より与えられた外力増分 $\dot{F}$, $\dot{N}$, $\dot{T}$ に対する変形増分 $\dot{\epsilon}$, $\dot{\omega}$ と応力, ひずみ増分 $\dot{\sigma}$, $\dot{\tau}$, $\dot{\epsilon}$, $\dot{\gamma}$ を弾性解析によって求め、その応力状態が降伏しておれば式(8), (9)よりその降伏による不釣り合い応力を求め、さらに式(5)によってその応力を外力として置換し、この不釣り合い外力が収束するまで繰算をくり返すことにより塑性変形増分が算定出来る。本繰算では、不釣り合い外力が入力外力の2%に達したとき、その解は収束したものとした。このとき、降伏条件についての誤差は0.01%であった。

3. 実験 本実験は、集中漸増荷重下での両端固定円弧曲線桁の挙動を追跡したものである。(写真-1)

供試体はSS41材を用いた。この材料定数を調べるために引張試験を行い、弾性係数E, 降伏応力 σ_y , ひずみ硬化係数 H' を求めたが、せん断弾性係数G, 降伏せん断応力 τ_y については、 $G = E/2(1+\nu)$, $\nu = 0.3$, $\tau_y = \sigma_y/\sqrt{3}$ と仮定した。また円弧モデルについての諸量は表-1に示すとおりである。供試体作成にあたって生じる溶接残留応力除去のために600°Cで炉中焼鈍を行った。

また、固定支承は、写真に示すように各荷重段階で曲げおよびねじりモーメントによって生じた回転角を、支承から張り出した片持ばり(法線、接線方向)により零に引きもどすように工夫したものである。

4. 考察 解析例として、円弧中央点に集中荷重を載荷した場合について、本理論による解析と塑性ヒンジ理論による極限解析を行い、2本の供試体の実験結果と比較した。その結果が、図-3の荷重-変位曲線である。

本解析解と極限解析解とは、降伏後の挙動に大きな差が生じており、実験値は本解析解とよく一致している。

ここでは、概図の都合上、荷重-変位曲線についてのみ考察を行う、したがって、その他の結果についての詳細は講演時に発表する予定である。

なお、本研究にあたり、御助言をいただいた九州大学 吉村教授に感謝の意を表します。

(参考文献)

- 1) 今井, 太田: 九大工学集報, 第51巻, 第5号, 1978
- 2) 金子, 今井, 日野: 昭和53年度土木学会西部支部研究発表会
- 3) 太田, 中沢, 今井: 九大工学集報, 第47巻, 第2号, 1974
- 4) 土木学会編: 土木工学における数値解析/変形応力解析編

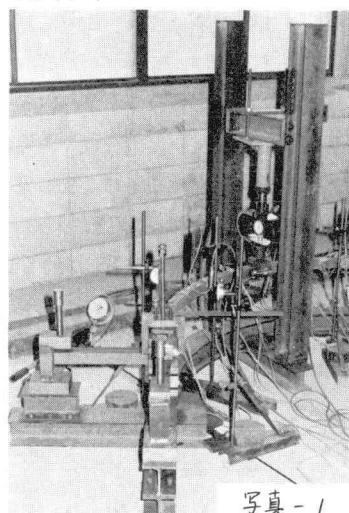


写真-1

σ_y (kg/cm ²)	τ_y (kg/cm ²)	E (kg/cm ²)
2400	1390	1.97×10^6
G (kg/cm ²)	H'/E	R (cm)
0.758×10^6	0.02	80.0
ψ	A (cm)	t (cm)
60°	1.84	0.32

表-1

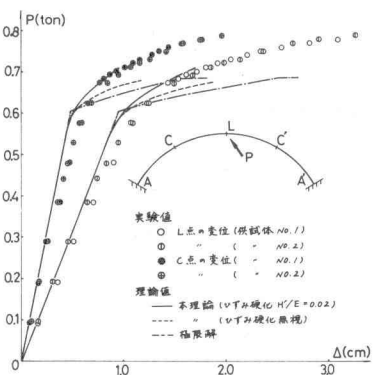


図-3