I-41　　有限要素法による非線形構造解析汎用プログラムの高速度化について

センチュリリサーチセンタ　正員　田辺誠
センチュリリサーチセンタ　正員　武田洋
動力炉・核燃料開発事業団　　岩田耕司

1．はじめに

有限要素法による非線形構造解析では，増分定式化[1]（incremental formulation）が一般化しつつあり，これらをベースにした汎用の非線形構造解析プログラムもすでにいくつか存在しているが，線形構造解析に比し，ほぼ増分数に比例した多大な計算コストがかかる。したがって非線形構造解析の分野では，それを技術的に安定に解くことに加えて，高速度に解く計算技術の開発は重要になっている。増分定式化による非線形構造解析では，本質的には線形構造解析における求解過程（solution procedure）を反復的に用いることになるが，高速度化の観点から，オ一に求解過程をできるだけ単純でかつコンパクトなものにすること，オ二に求解過程の中で用いられている数値計算法を非線形構造解析の立場から再検討し，反復的計算に適合した計算技術を見い出すことが必要である。そこで，ここではまず，非線形構造解析の高速度化の問題を 1）求解過程，2）数値計算法の二つに分けて検討し，いくつかの提案を行ない，さらに実際のプログラムを用いた数値実験により，それらが従来のものに比べてかなり有効であることを示す。特に，弾塑性問題，き裂の問題など，構造物の材料非線形性（material nonlinearity）が，構造物の一部に限定されるか，またはしだいに拡がる，いわゆる局所非線形問題に対し，局所的な非線形性を利用した局所非線形解法[2]により，かなりの経済性が期待できることを示す。

2．求解過程

ここで求解過程とは有限要素法による構造解析の基本的な流れ（過程）のことをさし，1）要素剛性マトリックスの作成，2）全体剛性マトリックスの組立て，3）境界条件（変位）の導入，4）連立一次方程式の求解，5）応力・ひずみの評価，からなる求解過程が最も一般的であるが，これを非線形問題，あるいは線形問題でも大規模な問題に適用するには再検討が必要である。つまり，大規模な問題では，変位に関する線形式で表わされる一般的な変位境界条件を全体剛性マトリックスに課すにはかなりの計算コストがかかること，また，反復解法では，この5つの手順からなる求解程をできるだけ少ない手順にまとめることが好ましいことなどから，全体剛性マトリックスの組立ての過程を省略し，要素剛性マトリックスに直接，境界条件を課し，要素剛性マトリックスを組み立てながら連立一次方程式を解く，二つの手順からなるコンパクトな求解過程を推奨する。この方法には以下の利点がある。

(1) 要素剛性マトリックスは，特殊な要素を除いて高速度メモリ（high-speed memory）内に格納できる大きさであるので，問題の規模（要素数）にかかわらず，境界条件の処理を外部記憶装置（external mass storage）を使うことなしに高速度に行なうことができる。

(2) 要素剛性マトリックスを組み立てた全体剛性マトリックスをもつ必要はないので，扱うデータの量の軽減，メモリスペースおよびI/Oコストの節約がはかれること。

(3) コンパクトな求解手順により，モジュールのローディングの軽減など，プログラム実行上のメリットがある。

3．数値計算法

今までに開発された著名な数値計算技術は，汎用の線形構造解析プログラムの開発に併なって開発されたものが多い。そこで効果的な非線形構造解析プログラムを開発するには，非線形構造解析の観点から，従来の計算技術をさらに発展させ，反復的解法に適合した計算技術を開発することが必要である。それらの中で有力なものを

あげると

(1)非線形構造解析の増分過程で，剛性マトリックスのスパース性のパターンは不変であるので，未知数分解順序の最適化機能を求解過程の中に組み込むこと。

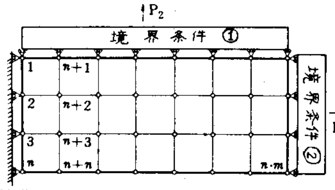
(2)マトリックスのスパース性を最大限に利用した，ウェイブフロント法[4]，アクティブカラム法[5]などの連立一次方程式の高速度ソルバを開発すること。

(3)中規模以上の一般の問題では，四則演算などの実際の求解に要する計算時間であるCPタイム（central processor time）よりも，マトリックス，ベクトルなどのデータの転送（高速度メモリと外部記憶装置の間の）に要する計算時間であるI/Oタイムの方が支配的であるので，I/Oタイムの最小化の計算技術の開発は重要。

(4)非線形性が局所的に進展する局所非線形問題では，構造物内の非線形性が進展しない部分に対応する剛性マトリックスの部分マトリックスは荷重増分過程で不変である。この不変性を利用した局所非線形解法により，この種の問題に対し経済的な解析が可能である。

4. 数値計算例

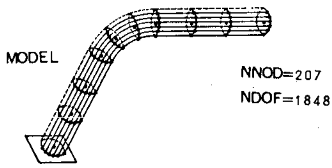
Fig.1は，変位に対する線形な境界条件をもつ2次元問題で，境界条件の処理に要した計算時間について，本論文の方法と従来の方法を比較したものである。ここでAは，国際的に利用されている有限要素汎用プログラムで，従来の求解過程を採用している。Fig.2は，連立一次方程式の求解において，スパース性を最大限に利用することにより[4]，かなりの計算時間の節約ができることを示している。ここでBは，国際的に用いられている汎用プログラムで，そのソルバはバンドアルゴリズムを用いている。Fig.3,4,TABLE 1は，EPICC標準問題の一つである2次元き裂問題[6]を，従来の方法と，ここで紹介した局所非線形解法で解き，計算時間（CPタイム）を測定し比較したものである。この問題では，40%程度の計算時間の節約が可能なことがわかる。



(sec)

問題						A		本解法	
ケース	n	m	節点数	自由度数	境界条件	CP	IO	CP	IO
1	19	51	969	1900	②	41.8	33.6	2.2	6.1
2	19	51	969	1850	①+②	63.0	33.0	2.3	6.1

Fig.1 境界条件の処理に要する時間の比較



CDC 6600 (SEC)

	CP TIME	I/O TIME
PROGRAM B	483.9	2546.0
PROPOSED METHOD	142.6	217.8

Fig.2 DECOMPOSITION TIME

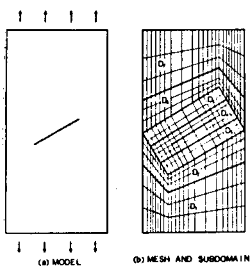
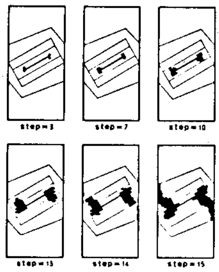


FIG.3 2–D CRACK PROBLEM



3.4 DEVELOPMENT OF PLASTIC REGIONS

TABLE 1 SOLUTION TIME FOR THE CRACK PLOBLEM

	CONVENTIONAL METHOD(A)	PROPOSED METHOD(B)	B/A (%)
CP TIME (SEC)	191.25	112.56	58.9

5. 結語

最近いろいろな分野で非線形構造解析を高速度に行なう要求が高まっているが，ここでは，その求解過程と数値計算法に注目し，高速度化のためのいくつかの提案を行ない，また実際の数値実験により，それらが計算コストの軽減の上でかなり有効であることを示した。数値計算例については紙数の制限から，その他のものを含めて充分に言及できないが，それらについては別報にゆずることにし，ここでは結論だけを述べた。ここで述べた方法は，動燃で開発中のFINASプログラム[3]で用いられている。

本論文での計算は，CRCのCDC6600によった。最後に，本題の研究にあたりお世話になりました東京大学山田嘉昭教授に深く感謝します。

参考文献 1) 山田嘉昭，塑性・粘弾性，培風館，1972. 2) M.Tanabe, H.Takeda, K.Iwata, Efficient solution procedure of simultaneous equations for large nonlinear finite element systems, SMiRT-5 conference, 1979. 3) 高速炉非弾性構造解析システムFINAS開発報告書(II)，PNC，SJ240，78-01，1978.
4) 田辺誠，スパースな大次元連立一次方程式の解法－フロント法におけるWilsonの手法の適用と最適化，SAP conference，1978.
5) E.L.Wilson, H.H.Dovey, Solution or reduction of equilibrium equations for large complex structural systems, 同上.
6) 非弾性構造解析法の実用化に関する研究(I)，日本機械学会，非弾性構造解析法実用化研究会，1977.