

東京工業大学 正員 増田陳紀
 東京工業大学 正員 吉田 裕
 宅地開発公団 森本 剛

はじめに 本報告は、個々の節点の動きを座標および回転角によって描くことにより、部材の移動および形状変化を正確に捉え、これに基づいて、個々の部材の変形は微小であるとの前提の下に、任意の増分に対して変形後の釣合条件を満たす増分釣合方程式を定式化し、得られた釣合式の各項の特性を考慮した反復修正解析過程を構成することにより、増分計算のみで急激な形状変化を伴う大変形挙動を追跡することが可能で、しかも大きな増分に対しても安定な、骨組構造の幾何的非線形問題解析法を開発し得た経過および結果を発表するものである。

部材座標系の定義 変位の進行に伴って部材と共に移動する部材座標系 (x^* , y^* , z^* -系) を FIG.1 に示すように定める。ここで、 x^* および y^* 軸は、節点1における断面の法線である z^* 軸を、節点1および2の重心と結び z^* 軸に一致させるために、節点1を通る z^* - z^* 面の法線軸 (M) 回りに回転させたときに、同時に節点1における断面の主軸 x^* および y^* 軸が回転した結果として得られる軸である。

座標変換 (全体座標系から部材座標系への節点変位の変換) オール釣合段階における節点 i ($i=1, 2$) の部材座標系での並進変位成分ベクトル $d_i^*(m)$ および回転成分ベクトル $\theta_i^*(m)$ を、全体座標系での対応するベクトル $d_i(m)$, $\theta_i(m)$ ならびに初期座標ベクトル $x_i(c_0)$ 、および全体座標系から部材座標系への座標変換行列 λ (3×3)、部材の剛体回転ベクトル ϕ (3×1) とにより、次式で評価する (FIG.2 参照)。

$d_i^*(m) = \{\lambda \cdot x_i\}(m) - \{\lambda \cdot x_i\}(c_0) = \{\lambda \cdot (x_i(c_0) + d_i)\}(m) - \{\lambda \cdot x_i\}(c_0)$; $\theta_i^*(m) = \{\lambda \cdot (\theta_i - \phi)\}(m)$
増分釣合方程式 部材の節点変位ベクトル u^* と $u^{*T} = <d_1^{*T} \ d_2^{*T} \ \theta_1^{*T} \ \theta_2^{*T}>$ のように定め、対応する節点力ベクトルを f^* とする。部材座標系での節点力増分 Δf^* と節点変位増分 Δu^* とが線形剛性行列 k^* によって
 $\Delta f^* = k^* \cdot \Delta u^*$; $\Delta u^* = u_{(n+1)}^* - u_n^* = T_{(n+1)} \cdot (\Delta u + \{ \phi_{-dr} \}) + \Delta T \cdot (u + \{ \frac{x(c_0)}{r} \})_{(n)}$; $T_{(n)} = \begin{bmatrix} \lambda & \phi \\ \phi & \lambda \end{bmatrix}_{(n)}$
 のように関係づけられるものとすれば、全体座標系での部材の増分釣合方程式が次のように求まる。

$\Delta f = f_{(n+1)} - f_{(n)} = \{T^T \cdot f^*\}_{(n+1)} - \{T^T \cdot f^*\}_{(n)} = \Delta T^T \cdot f_{(n)} + T_{(n+1)}^T \cdot \Delta f^*$
 $= \Delta T^T \cdot f_{(n)} + T_{(n+1)}^T \cdot k^* \cdot T_{(n+1)} \cdot (\Delta u + \{ \phi_{-dr} \}) + T_{(n+1)}^T \cdot k^* \cdot \Delta T \cdot (u + \{ \frac{x(c_0)}{r} \})_{(n)}$
 ただし、 $x^T(c_0) = <x_1^T \ x_2^T>(c_0)$, $r^T_{(n)} = <\phi^T \ \phi^T>(n)$ である。

反復修正解析過程 上記増分釣合方程式を次のように解く。最初の近似過程では釣合経路を模式化して示した FIG.3 における増分前のオール釣合状態 (点A) において ΔT , ΔV を Δu に関して線形化し、 $T_{(n+1)}$ を $T_{(n)}$ で近似して解く。オ2近似を求める際は、 ΔT , ΔV は増分間の平均的な変化率を用いて評価 (点Bで線形化) し、 $T_{(n+1)}$ はオ1近似点Cでの値によって評価する。以後の反復修正過程においては、変位増分 Δu の関数としての $T_{(n+1)}$ ΔT , ΔV はいずれも Δu との相対的十分正解に収束していると看做し、前近似点での値により近似する。

計算例 頂点に鉛直方向集中荷重が作用するトラスドームの計算結果より、荷重～変位曲線を他の解法による結果と比較して FIG.4 に示す。上より点Aの鉛直変位、点Bの鉛直変位および水平変位である。本解法による結果は変形が相対的に小さな領域では Hangai²⁾ の結果と一致しており、一方、荷重が0のときに横軸を切断する点 (変位) については Jaganathan³⁾ の結果と一致している。FIG.5 は、頂点に鉛直方向集中荷重を受け一端固定、他端ヒンジの計算結果より、頂点の荷重～鉛直および水平変位曲線を解析解 (破線)⁴⁾ と比較して示したもので、 $\lambda = 7.23$ の点から $\lambda = 1.85$ の点までのような極端な形状変化を伴う挙動を良く追従し得ている。

おわりに ここて提示した解析法によれば、個々の部材の剛性行列を線形としても、構造全体系の幾何的非線形性を十分表現し得、また、増分計算のみで座屈および座屈後挙動を追跡することができると。

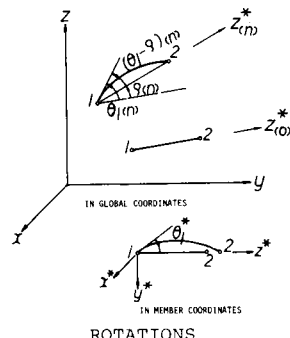
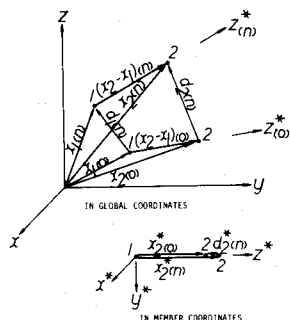
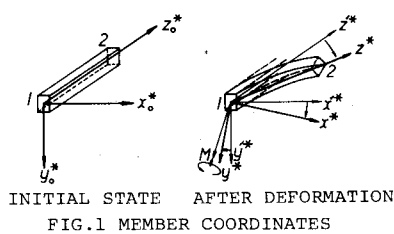


FIG.2 RELATIVE DEFORMATIONS

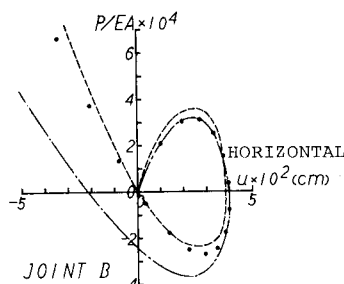
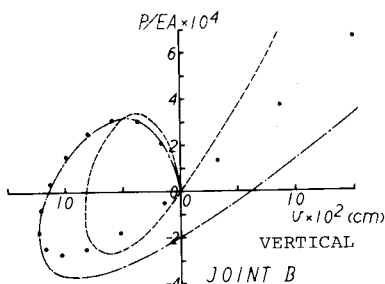
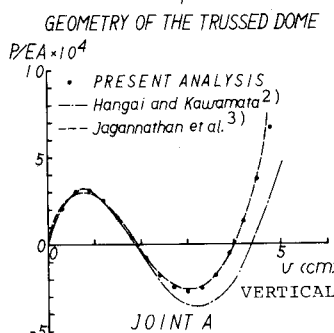
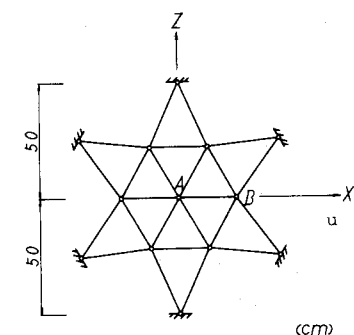
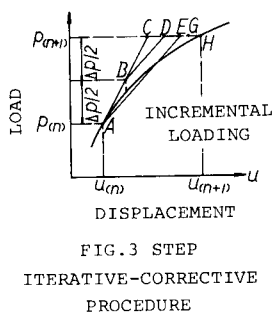
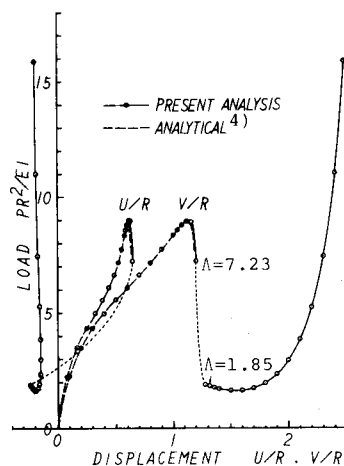
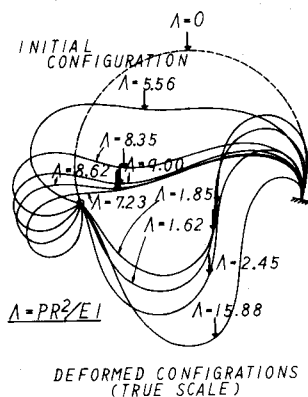
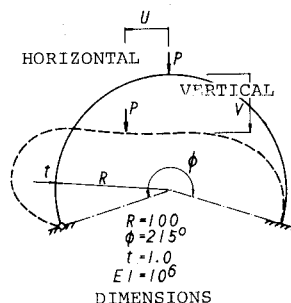


FIG.4 LOAD-DISPLACEMENT BEHAVIOUR OF SHALLOW TRUSSED DOME



参考文献 1)吉田・増田・松田:薄板で構成される立体構造の弾塑性大変位非線形化要素解析法,工論集, No.288, 1979.8.
2)Hangai, Kawamata: Analysis of geometrically nonlinear and stability problems by static perturbation method, Report of the Institution of the Industrial Science, the Univ. of Tokyo, vol.22, No.5, Jan., 1973. 3)Jagannathan, Epstein, Christiano: Snap-through buckling of reticulated shells, Proc., Instn. Civ. Eng. Part 2, pp.727-742, Dec., 1975. 4)Zienkiewicz: The Finite Element Method, the third ed., pp.521-522, McGraw-Hill, 1977.