

大阪市立大学 正員 小林 治俊
 “ “ 園田 恵一郎

1. まえがき 海洋波と構造物の相互作用についての研究は、これまで主として半没水体について行われており数多く見受けられるが、半没水以外の浮き構造物についての研究は数少なく、Stoker¹⁾, Shinozuka・Wen²⁾による弾性梁、Wen³⁾による弾性短桁板、丹羽・等⁴⁾による任意形状剛性板に対する研究が“か”に見受けられるにすぎない。しかしながら、これらの研究はすべて単体に対するものであり、これらに用いられた解析法を連続形式の浮き構造物に適用するとは困難であると思われる。本研究は連続する剛性浮き板構造に対し伝達マトリックス法を用いた解析法を示すと共に、本解析法を浮き弾性構造解析へ応用することを試みたものである。

2. 連続浮板と速度ポテンシャル

本研究は、図1に示されている様に剛性板がそれぞれ回転バネKで結合され、水底とは弾性バネによって係留された浮板構造を考へ、2次元平面波による周期応答解析を行う。水深は一定 h とし、波は shallow water theory に従ふものとする。

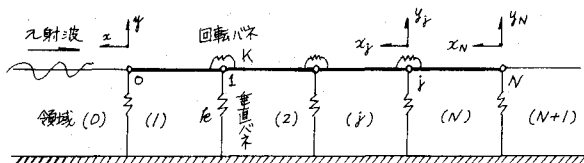


図1. 連続浮板構造と座標系

(2.1) 浮板の存在しない領域(0), (N+1)での速度ポテンシャル

shallow water theory より速度ポテンシャル ϕ は、次式を満たす。 $\phi_{,xx} = \frac{1}{gh}\phi_{,tt}$, $x > 0$ or $x_N < 0$ — (1)

添字は x, t (時間)による微分を意味する。 g =重力の加速度。 h =水深。

波は周波数 σ の調和波動であるからポテンシャルを $\phi(x,t) = \phi(x)e^{i\sigma t}$ — (2) とおき(1)へ代入すると

$$\phi_{,xx} + \phi_{,xx}/gh = 0, \text{これを解いて } \phi(x) = C_1 e^{-isx} + C_2 e^{isx} \text{ — (3)}$$

を得る。 $\therefore s = \sigma/\sqrt{gh} = 2\pi/L$: L =波長, $i = \sqrt{-1}$ 。

x_N では進行波のみが存在するので(3)式より各領域のポテンシャルは次の様に決定される。

$$\phi^{(0)}(x) = C e^{isx} + R e^{-isx}: x > 0, \quad \phi^{(N+1)}(x) = T e^{isx} \text{ — (4)}$$

$\therefore C$ =入射波高, $|R|, |T|$ は反射率, 透過率を意味する。

(2.2) 浮板の存在する領域(1)~(N)での速度ポテンシャル

板の運動が図2に示されているが、微小運動と仮定すれば、図2を参照し記述すれば、 $\eta(x,t) = y e^{i\sigma t} = (y^L + \omega x) e^{i\sigma t}$ — (5)

ω =板の重心の回転角。板の存在する区間では、板と水面が密着して

いるものとする、水面波形は η に等しいと考へてよく、速度ポテンシャルは

$\eta_t = -H \phi_{,x}$ — (6) を満足する。 $H = h - h'$, h' =板の吃水長。(5),

(2)式を(6)式へ代入し、得られた式を積分しければ次式を得る。

$$\phi = -\frac{i\sigma}{H} (y^L \frac{x^2}{2} + \omega \frac{x^3}{6}) + Ax + B, \quad \phi_{,x} = -\frac{i\sigma}{H} (y^L x + \omega \frac{x^2}{2}) + A \text{ — (7)}$$

$x=0$ を代入し、 $A = \phi_{,x}^L$, $B = \phi^L$ を得る。 L は区間左端での値を意味する。

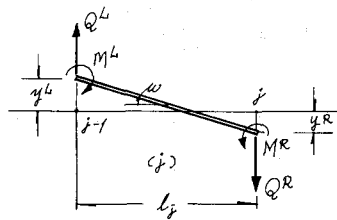


図2. j区間の板の運動

3. 伝達マトリックス法による解析

(3.1) 伝達マトリックスの誘導 — 本節で、2点求めた速度ポテンシャル、板に作用する格点での力及び変位を未知量とし、伝達マトリックスを構成する。まず(5)(9)式に $x=0$ 、 $-L$ を代入し、区間右端の値を R で示せば

$\varphi^R = \varphi^L + \beta_1 \varphi_{,x}^L + \delta_1 \varphi^L + \delta_1 \omega$, $\varphi_{,x}^R = \varphi_{,x}^L + \delta_2 \varphi_{,x}^L + \delta_2 \omega$, $\varphi^R = \varphi^L + \delta_3 \omega$ — (8) を得る。次に板に作用する水圧: $p = -\rho g z_t - \rho g \eta$ (ρ : 水の密度) を用い、板の①垂直運動 ②回転運動式を求めれば次式を得る。

$$M^R = \alpha_5 \varphi^L + \beta_5 \varphi_{,x}^L + \delta_5 \varphi^L + \delta_5 \omega + M^L + \zeta_5 Q^L, \quad Q^R = \alpha_6 \varphi^L + \beta_6 \varphi_{,x}^L + \delta_6 \varphi^L + \delta_6 \omega + Q^L \quad (9)$$

又 $\omega^R = \omega^L = \omega$ だから、(8)~(9)を纏めて $V^R = F V^L$ — (10) : 状態ベクトル $V = \{\varphi, \varphi_{,x}, \eta, \omega, M, Q\}$ — (11) 伝達マトリックス F (6×6)の内容は (12)式であり、 $\alpha \sim \zeta$ の値は (13) 式に与えてゐる。 m = 板の単位長さ当りの質量。

$$F = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1 & \delta_1 & \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \delta_2 & \delta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \delta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \alpha_5 & \beta_5 & \delta_5 & \delta_5 & 1 & \zeta_5 \\ \alpha_6 & \beta_6 & \delta_6 & \delta_6 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_5 &= i\sigma \rho l^2/2, \alpha_6 = i\sigma \rho l, \beta_1 = -l, \beta_5 = -i\sigma \rho l^3/6, \\ \beta_6 &= -i\sigma \rho l^2/12, \delta_1 = -i\sigma l^2/2H, \delta_2 = i\sigma l/H \\ \delta_3 &= \rho \sigma^2 l^4/24H + \rho g l^2/2 - m\sigma^2 l^2/2, \delta_6 = \rho \sigma^2 l^3/6H + \rho g l - m\sigma^2 \\ \delta_4 &= i\sigma l^2/6H, \delta_5 = -i\sigma l^2/2H, \delta_3 = -l \\ \delta_5 &= -\rho \sigma^2 l^4/120H - \rho g l^3/6 + m\sigma^2 l^3/6 \\ \delta_6 &= -\rho \sigma^2 l^4/24H - \rho g l^2/2 + m\sigma^2 l^2/2, \zeta_5 = l \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(3.2) 格子点での移行条件

格子点では、垂直バネ、回転バネによる垂直力と回転角に飛躍量があり、更に波のエネルギー保存則により速度ポテンシャルにも飛躍条件が存在するので移行条件は、

$$P_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \gamma_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_j & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$= z'' \quad \lambda_j = H_j / H_{j+1}$$

(1) 垂直力のつり合い: $Q_{j+1}^L = Q_j^R + \delta_j \varphi_{,x}^R$

(2) モーメント - 回転角関係: $\omega_{j+1}^L = \omega_j^R - M_{j+1}^L / K_j$

(3) 波のエネルギー保存則: $H_j \varphi_{,x}^{(1)R} = H_{j+1} \varphi_{,x}^{(1+1)L}$

(4) 波の質量保存則: $\varphi_{,t}^{(1)L} = \varphi_{,t}^{(1+1)L}$, (5) η ; M の連続

でこれらを纏めて次式で表わす。 $V_{j+1}^L = P_j V_j^R$ — (14)

ここで P_j (6×6) はポイントマトリックス: 式 (15) であり、(10), (14) 式を組合せると、 $V_{j+1}^L = P_j F P_{j-1} F_{j-1} \dots P_1 F_1 V_1^L$ — (16)

(3.3) 連続浮板の最左・右端の境界条件

浮板の力学条件の他に、波の質量、エネルギー保存則が成り立たなければならない。そこで $x=0$ で $\varphi_{,t}^{(0)L} = \varphi_{,t}^{(1)L}$, $\delta \varphi_{,x}^{(0)L} = H_1 \varphi_{,x}^{(1)L}$, $M_1^L = 0$, $Q_1^L = \delta_0 \varphi_1^L$ — (17)

$x_N=0$ で $\varphi_{,t}^{(N)L} = \varphi_{,t}^{(N+1)L}$, $H_N \varphi_{,x}^{(N)L} = H_{N+1} \varphi_{,x}^{(N+1)L}$, $M_N^R = 0$, $Q_N^R = -\delta_N \varphi_N^R$ — (18) となり、これは未知量 R, T がかわり、荷重項としての入射波 δ が与えられることとなる。従って (11) 式の状態ベクトルを $V = \{R, T, \varphi, \varphi_{,x}, \eta, \omega, M, Q, 1\}$ と修正し、 F, P も (9×9) のマトリックスに構成しなおすこととなるが容易であり、ここでは省略する。(17)(18)式と境界マトリックス: 最左端 Ω (9×5)、最右端 Ω' (4×9) 初期ベクトル $A = \{T, R, \varphi, \omega, 1\}$ により書き改めれば $V_1^L = \Omega A^L$, $\Omega' V_N^R = 0$ — (19) となるから、(16)式を用いれば、本解析は次の式より得られる4元連立方程式を解くこととなる。 $\Omega' F_N P_N F_{N-1} \dots P_1 F_1 \Omega A^L = 0$

4. 数値計算例

拘束バネが無い ($k=0, k=0$) 3枚浮板を考える。
 $C=1 \text{ ft/sec}$, $L=8 \text{ ft}$, $h=1 \text{ ft}$, $\sigma=446 \text{ rad/sec}$, 板長は全て同じで $l=6 \text{ ft}$ とした時の板全体の変位を示す。

5. 参考文献

- 1) Stoker, J.J.: Water Waves, Interscienc, 1957
- 2) Shinozuka & Wen: ASCE, Vol. 98, No. WW2, 1972
- 3) Wen, Y.K.: ASCE, Vol. 100, No. EM2, 1972
- 4) 丹羽, 英: 550号 建設省, II-66

