

1. 超小型電算機(マイクロ・コンピュータ)と構造解析用プログラム

近年、超小型電算機の進歩はめざましいものがあり、入出力装置を節約すれば、1メガバイトのミニフロップ・ディスクを2台つけ、64Kバイトのメモリーを持つ超小型電算機が100万円程度で入手できるようになった。この程度の容量があれば、プログラムまで工夫すれば、構造解析の計算も夢ではないと考えられたので、昨年から文部省の科学技術研究費の補助を受け、本学で稼働中の構造解析用システム KOH20 を超小型電算機に移行する作業を行って来た。システム KOH20 は、もともとメモリーを出来るだけ有効利用するように設計されたものであるが、大型機を対象にしたシステムであるため、そのまゝの形では移行できない。色々対策を講じた結果、現在では耐震計算まで可能なシステムに上げることができた。その全貌は近日中に公表する予定であるが(元来報は法政大学工学部研究集報・第15号に投稿中)、本文ではこの中で考慮した要素の剛性行列の改善について報告する。

超小型電算機で使われる言語は BASIC が主流である。この言語は、OS が軽くてすむ事、対話形式に向く事等 FORTRAN とはちがった長所を持つているが、短所もいくつかある。ここで取りあげる短所は、ファイルに用意したサブルーチンを、計算を実行する段階でメモリーに呼び出して使用することが出来ないという点である。このために、64Kバイトのメモリーの中には、データのみの領域とその段階の計算に必要なプログラム全部を格納する領域を取らなければならぬ。したがって、プログラムは出来るだけ短く、しかも適用範囲の広いものである必要がある。

2. 平面構造物の部材の剛性行列

図1の上段に示す特殊な構造要素(2本の剛な棒が中央で水平にね、鉛直にねおよぶ図形)を考慮する。この構造要素が、図1下段のように、A端で u_A, v_A, θ_A 、B端で u_B, v_B, θ_B の変位を受けたとすると、 A' と B' の内にあるばねには次に示すばね力が発生する。

$$N = \mu_u(u_B - u_A) \quad \delta = \mu_v(v_B - v_A) \quad M = \mu_\theta(\theta_B - \theta_A)$$

u_A', v_B' が剛体である事を考慮し、 A', B' に作用するばね力を α 、 β 表し、 α', β' の変位を α 、 β の変位で表わすと

$$\begin{bmatrix} N_A \\ \delta_A \\ M_A \\ N_B \\ \delta_B \\ M_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_u & 0 & 0 \\ 0 & \mu_v & 0 \\ 0 & 0 & \mu_\theta \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \theta_A \\ u_B \\ v_B \\ \theta_B \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \mu_u & 0 & 0 \\ 0 & \mu_v & 0 \\ 0 & 0 & \mu_\theta \\ \mu_u & 0 & 0 \\ 0 & \mu_v & 0 \\ 0 & 0 & \mu_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \theta_A \\ u_B \\ v_B \\ \theta_B \end{bmatrix}$$

図 1

が得られる。これと平面構造物の部材の剛性行列と比較すると $\mu_u = EA/l, \mu_v = 2EI_\theta/l^2, \mu_\theta = EI_m/l$ となると上式は平面構造物の部材の基本式に一致することがわかる。いいかえると、平面構造物の要素は、このおきかにより、図1に示す特殊要素と同等になる。棒内の I_θ, I_m はかりにせん断に対する断面二次モーメント、曲げに対する断面二次モーメントと呼ぶことはする。一般には $I_\theta = I_m$ であるが、これを棒内のように分けて理解できるようにしてあくと、図2に示すような特殊な棒各部に対して μ_u, μ_v, μ_θ に特殊な値を与えることによ

って、一般の部材要素と同じ基本式が適用できる。図2で、 a, b の2点は同じ座標値を持ち、この間に μ_u, μ_v, μ_θ が0または ∞ の要素が水平方向を u 軸にして入るものとしてある。なお、せん断変形を考慮した部材に対しては

$$\mu_u = EA/l, \mu_v = 2EI_\theta / \{l^3(1+\Omega)\}, \mu_\theta = EI_m/l$$

とすればよい。ただし、 $\Omega = 12kEI_\theta / (GA l^2)$ とおいた。

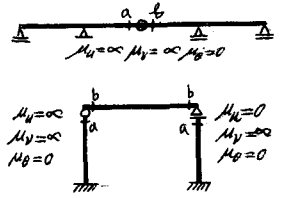


図 2

3. 其他の構造要素と一般理論

前節と同様の考察により、格子構造物、立体構造物の部材の剛性行列も次のように改造できる。

〔格子構造物〕

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{vv} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \mu_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mu_{uu} = GJ/l, \mu_{vv} = EI_m/l, \mu_{\theta\theta} = 2EI_\theta / \{l^3(1+\Omega)\}$$

〔立体構造物〕

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{uu} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{vv} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{ww} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu_{\theta\theta} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mu_{uu} = EA/l, \mu_{vv} = 2EI_{vv}/\{l^3(1+\Omega)\}, \mu_{ww} = 2EI_{ww}/\{l^3(1+\Omega)\}, \mu_{\theta\theta} = GJ/l, \mu_{\theta\theta} = EI_m/l, \mu_{\theta\theta} = EI_m/l$$

以上の議論は次のように一般にすることをできる。図3に示す剛性構の O 点に作用し u, v, w 軸方向の成分を持つ力とモーメントのベクトル F_{ou}, M_{ou} と、 A 点に作用し x, y, z 軸方向の成分を持つ力とモーメントのベクトル F_{ax}, M_{ax} の間には式(1)、変位と回転のベクトルの間には式(2)の関係がある。

$$\begin{bmatrix} F_{ax} \\ M_{ax} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xu} & 0 \\ \omega_{\theta u} C_{xu} & C_{\theta u} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ou} \\ M_{ou} \end{bmatrix} \quad (1) \quad \begin{bmatrix} u_{ou} \\ \theta_{ou} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xu}^T & C_{\theta u}^T \\ 0 & C_{\theta u}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ax} \\ \theta_{ax} \end{bmatrix} \quad (2) \quad \omega_{\theta u} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{y}{l} \\ \frac{x}{l} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

ただし、 C_{xu} は u, v, w 軸から x, y, z 軸への座標変換行列、 $\omega_{\theta u}$ は式(3)に示すような、線分 OA の x, y, z 軸への射影長と要素に対する逆対称行列で $\omega_{\theta u}^T = -\omega_{\theta u}$ の性質を持つてゐる。

一方、図4に示す立体の曲線部材の a, b 端に剛性構と接続し他端は任意の一点 O まで伸ばした要素を考へ、 A, b 端の断面力を A', b' とすると、この2組の力は釣り合つていなければならぬから

$$\begin{bmatrix} F_{ax} \\ M_{ax} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_{bx} \\ M_{bx} \end{bmatrix} K \begin{bmatrix} u_{ax} \\ \theta_{ax} \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} C_{xu}^T & C_{\theta u}^T \\ 0 & C_{\theta u}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} EA \\ EI_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{xu} & 0 \\ \omega_{\theta u} C_{xu} & C_{\theta u} \end{bmatrix} da$$

なる関係がある。上式で求めた A', b' 端の断面力を両端 a, b 端にもとし、 K が対称化できればよいとすると ($K = T^T A T$)、式が得られる。ただし、 K を対称化するには O 点と u, v, w 軸と適当に選ばなければならぬ。とくに平面構造物の場合は

$$\begin{bmatrix} F_{ax} \\ M_{ax} \\ F_{bx} \\ M_{bx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{xu} & 0 \\ \omega_{\theta u} C_{xu} & C_{\theta u} \\ -C_{xu} & 0 \\ -\omega_{\theta u} C_{xu} & -C_{\theta u} \end{bmatrix} T^T A T \begin{bmatrix} C_{xu}^T & C_{\theta u}^T \\ 0 & C_{\theta u}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ax} \\ \theta_{ax} \end{bmatrix}$$

同心 (弾性重心) を原点とし、 u, v 軸にそつてはかつた O 点の座標、 $1/u_a, 1/u_b$ は断面諸量と $I_x = \int (y^2 + \frac{c^2 y^2}{EA}) da, I_y = \int (x^2 + \frac{c^2 x^2}{EA}) da, I_{xy} = \int (\frac{c^2 xy}{EA} + \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{EA}) da$ とおいたときの断面主軸まわりの断面 = 次モーメントである (θ は da と x 軸のなす角)。

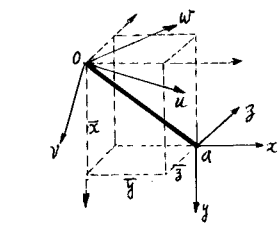


図 3

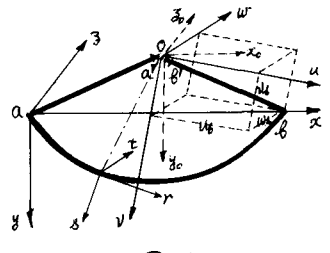


図 4

$$\begin{bmatrix} C & -A & 0 \\ A & C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -C & A & 0 \\ -A & -C & 0 \\ -u_a & -u_b & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_{uu} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{vv} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & -A & 0 \\ A & C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -C & A & 0 \\ -A & -C & 0 \\ -u_a & -u_b & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ax} \\ \theta_{ax} \end{bmatrix}$$

$C = \cos \alpha, A = \sin \alpha$ (α は u 軸と x 軸のなす角)。
 $1/u_0 = \int \frac{da}{EI}$

1) この関係は仮想力の原理を用いて証明できる (拙著:マトリックス構造解析(コロナ社) p232以下参照)