

I-14 積分方程式法の弾塑性問題への適用

京都大学工学部 正員 西村直志
京都大学工学部 正員 小林昭一

序

積分方程式法による弾塑性解析は、特異面としての弾塑性境界の処理や、未知数の数の減少など多くの利点を有している。その特色を生かすためには、なお一層の数値例の集積によって、手法の信頼性を確認する事が必要である。本研究では、一重層ポテンシャル法による弾塑性解析法の、2, 3次元問題への適用を画した。

積分方程式法による弾塑性解析

増分理論による弾塑性変位場は、一重層ポテンシャルを用いて、

$$\dot{u} = \int_{\partial D} \Gamma \cdot \dot{\phi} dS + \int_{D^p} \Gamma \bar{\nabla} : (C : \dot{\epsilon}^p) dV \quad (1)$$

と表示できる。ここに Γ は無限弾性体の Green テンソル、 ∂D は解析する物体の境界、 D^p は塑性域、 C は弾性定数テンソル、その他は普通に用いられる記号である。多くの場合、 $\dot{\epsilon}^p$ は

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{\partial f}{\partial \epsilon} D : \dot{\epsilon} \quad (2)$$

となる。ここに f は降伏関数、 D は速度に依存しない 2 階のテンソルである。それゆえ(1)は、

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \int_{\partial D} \Gamma \cdot \dot{\phi} dS + \int_{D^p} \Gamma \bar{\nabla} : (C : \frac{\partial f}{\partial \epsilon}) \dot{\epsilon} dV \\ \dot{\epsilon} &= D : \dot{\epsilon} \end{aligned} \quad (3)$$

のように書ける。式(3)を離散化し、境界条件と(3)₂、即ち流れ則を連立すれば、通常の増分解析によって弾塑性計算を行なうことができる。この場合 $\dot{\phi}$ としてはあらかじめ降伏の予想される部分を適当にモデル化しておく。以下の解析では $\dot{\phi}$ 、 $\dot{\epsilon}$ は分割された ∂D 、 D^p の各エレメント上で一定とした。この様な近似では、場の方程式はほぼ差分の意味で満たされる事を示すことができるが、この定式化では D 、 D^p の形状による制限を受ける事がない。

2次元問題への適用例

円孔を有する板の 2 軸引張問題への適用結果を述べる。この問題については、非圧縮性の条件の下で Galin によって解析解が得られている。ここでは、非圧縮性を近似的に満たすように $\nu = 0.45$ とし、 $E = 2.10 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\sigma_y = 2500 \text{ kg/cm}^2$ の、von Mises の降伏条件に従う、完全弾塑性体について解析を行なった。応力条件は、無限遠で $\sigma_x^0 = 0.75 \sigma_y$ 、 $\tau_{xy}^0 = 0.85 \sigma_y$ とした。変形は平面歪状態を仮定した。

図 1 は塑性域形状を示している。実線は解析解(楕円)であり、斜線部は数値解である。両者はかなり良く一致している。図 2 には、 x_1 軸に沿う τ_{xy} の分布が示されている。これも非常に良好な結果と言えよう。解析解との差は 1~2% であった。また、降伏条件は、各要素の中心で $\tau' : \tau' / (\frac{2}{3} \sigma_y)$ が 1.0004 以下であった。もちろん、正解では 1 になるべきものである。

この例から、本手法の 2 次元問題への適用は十分に高精度なものであると結論できよう。なお CPU 時間は、図に示した例では 31 ステップの増分計算に 16 秒要した(京都大学大型計算機センターの M190 使用)。

なお、2 次元問題としては二重層ポテンシャル法を用いたクラックの解析も可能であるが、ここでは省略する。

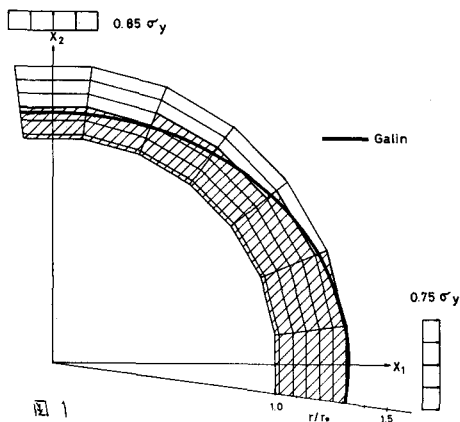


図 1

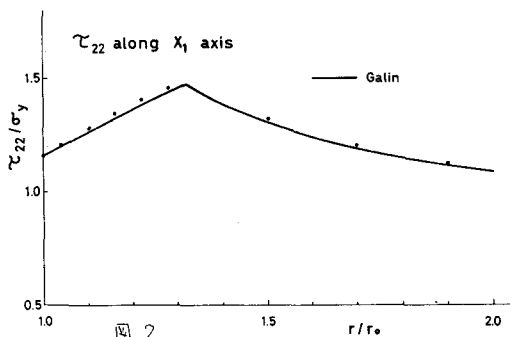


図 2

3次元問題への適用例

3次元問題への適用例として、トンネル切羽周辺の3次元弾塑性解析を行なった。地盤定数 $E = 7000 \text{ kg/cm}^2$, $\nu = 0.2$, $C = 20 \text{ kg/cm}^2$, $\phi = 30^\circ$ の Drucker-Prager の降伏条件に従う完全弾塑性体として解析した例を示す。トンネル形状は、直径10mの円断面とし、初期応力は $\tau_{11}^0 = -60$, $\tau_{22}^0 = \tau_{33}^0 = -80 \text{ (kg/cm}^2\text{)}$ とした。

図3には使用したモデルを示した。対称性を利用して1/4部分のみを解析した。図4には塑性域形状を示した。点線部は除荷を生じた部分である。図5は X_1X_3 面内での主応力図である。なお、降伏条件は、各物体要素の中心で $(\sigma_1 + \sqrt{J_2})/R$ が高さ1.005程度であり、かなり良く満たされている。もちろん正解では1になるものである。図6は X_1X_3 面内での変形を示している。細線は変形前、太線は変形後の形状を示している。

その他の結果は当日発表する。

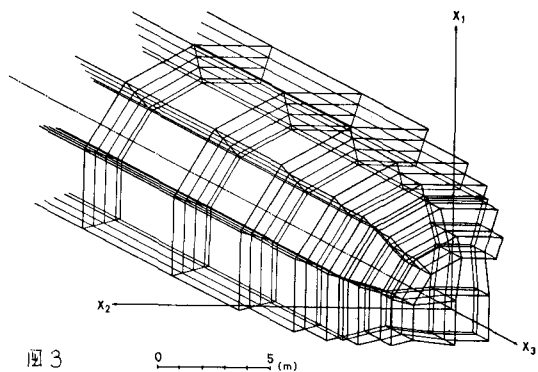


図 3

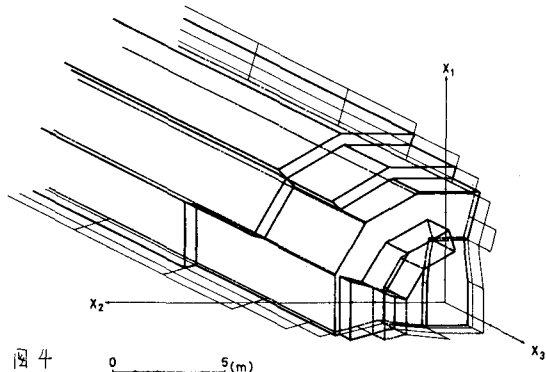


図 4

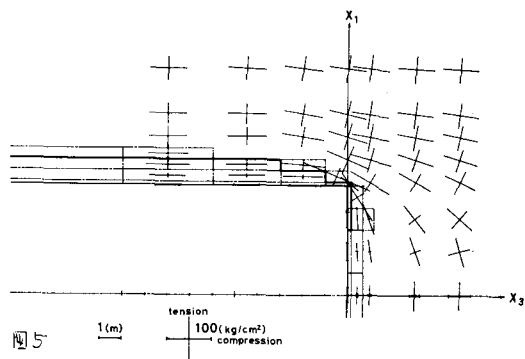


図 5

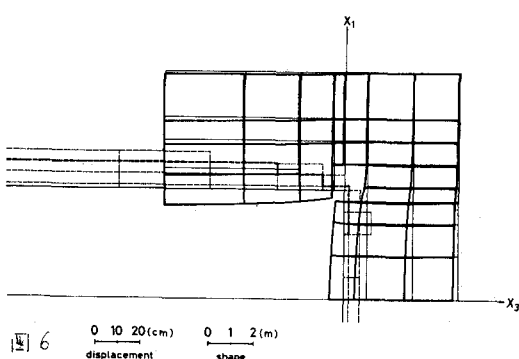


図 6