

CRC 正員 渡辺 隆之  
石 俊

## 1. 緒言

線形破壊力学における破壊パラメータである応力拡大係数 $K$ あるいはエネルギー解放率 $G$ の解析は、有限要素法を用いて行われており構造物の安全性評価に利用されている。また非線形破壊力学のパラメータである $J$ 積分あるいはき裂開口変位<sup>(1)</sup>の解析も行われており安全性評価に用いられつつあるように思われる。しかし3次元連続体におけるパラメータ解析では、経済性に問題があり $J$ 積分に関しては、適用性にも問題がある。

ここでは、貫通き裂や表面き裂のある2, 3次元問題の線形破壊力学パラメータ解析についていくつかの数値計算を行う。このでその結果について考察する。

## 2. 理論概要

エネルギー解放率 $G$ は、仮想的なき裂面積の進展を仮定し、全ポテンシャルエネルギー $\Pi$ の変化率より求める。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial A} = \frac{1}{2} \{u\}^T \left[ \frac{\partial K}{\partial A} \right] \{u\} - \{u\}^T \left\{ \frac{\partial P}{\partial A} \right\} + \left\{ \frac{\partial P^0}{\partial A} \right\} \quad (1)$$

ここで $A$ はき裂面積、 $\{u\}$ は変位の列マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{P\}$ は荷重の列マトリックス、 $\{P^0\}$ は熱による荷重の列マトリックスとして $T$ は転置を表す。線形破壊力学における $G$ と $K$ との関係は、次式となる<sup>(2)</sup>。

$$G \equiv - \frac{\partial \Pi}{\partial A} \Big|_{\text{load}} = K K_I^2 \quad (2)$$

ここでは、開口モードの応力拡大係数 $K_I$ について示し、 $K$ は平面応力と平面ひずみ状態によつて異なる。

### 2.1 2次元問題

式(1)と(2)を次のように差分形で表す。

$$G = - \frac{\Delta \Pi}{\Delta A} = - \frac{1}{2} \{u\}_{\frac{\Delta A}{2}}^T \left[ \frac{\Delta K}{\Delta A} \right] \{u\} + \{u\}_{\frac{\Delta A}{2}}^T \left\{ \frac{\Delta P}{\Delta A} \right\} + \left\{ \frac{\Delta P^0}{\Delta A} \right\} \quad (3)$$

ここで $n$ はき裂先端の進展に関する全要素数である。 $\Delta A = n \Delta a$ であり $n$ は板厚、 $\Delta a$ は仮想き裂進展量を示す。

### 2.2 3次元問題

3次元問題では、き裂フロントに沿つて $G$ が変化し次のように表わされる<sup>(3)</sup>。

$$\int_{\text{crack front}} G(s) \Delta l(s) ds = - \Delta \Pi \quad (4)$$

ここで $\Delta l$ はき裂フロントに垂直方向の仮想き裂進展量、 $s$ はき裂フロントに沿う方向を表す。これよりフロントに沿う $G$ 値は、図1のようは線要素を仮定することにより求める。このとき $\Delta y$ と $G$ は、節点値で補間される。

$$\Delta y = [N_1, N_2, N_3] [\Delta y_1, \Delta y_2, \Delta y_3]^T \quad (5)$$

$$G = [N_1, N_2, N_3] [G_1, G_2, G_3]^T$$

式(5)を式(4)に代入すると最終的に次式を得る。

$$\left\{ \frac{\Delta \Pi}{\Delta y} \right\}_j = [F]_j \{G\}_j, \quad j = 1 \sim n \quad (6)$$

$n$ は、き裂要素総数である。全平衡方程式は、通常の方法で求めればよい。

## 3. 数値計算例

### 3.1 仮想き裂進展量

による $K$ と $G$ 値の変化

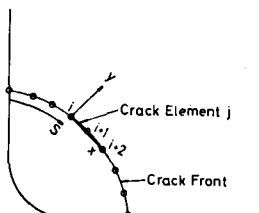


図1. 表面き裂とき裂要素

仮想き裂進展量 $\Delta a$ あるいは $\Delta y$ によつて $G$ と $K$ 値は変化するので、2, 3次元問題に対して進展量に関する依存性を調べ図2aと2bにそれぞれモデル図と結果を示した。ここでは8節点と20節点要素をそれぞれ使用しき裂先端の特異性を持たせている。

### 3.2 3次元問題における要素形状比の影響

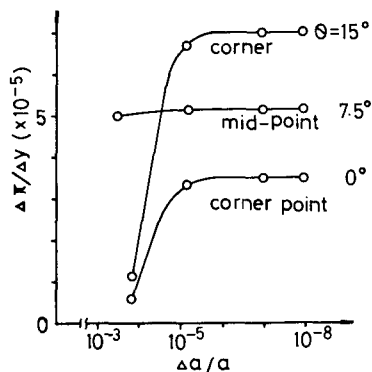
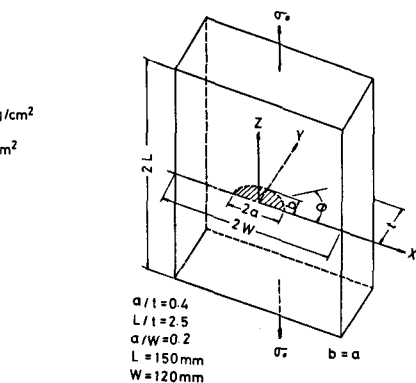
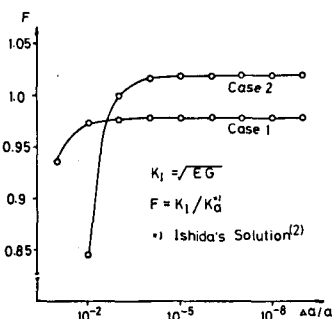
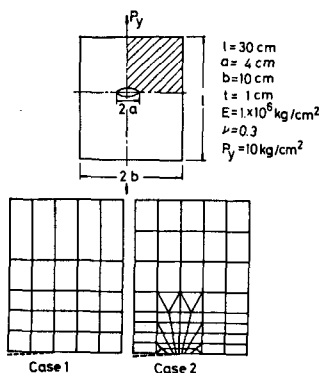
3次元問題では、要素の形状比の結果に与える影響について調べた。貫通き裂に対する結果は図3に示した。また解析は4モデルを用いて行つた。表面き裂に対する結果は紙面の都合で省略する。使用要素は20節点要素である。ケース4の結果は、 $G$ の値が負になったため $K$ の値が得られなかった。

## 4. 考察

仮想進展量に対する依存性は、2, 3次元とも $\Delta y$ が $10^{-5}$ より小さな値を用いることによつて進展量に依存しはくはる。

図3では、図中の数字がき裂先端に接する最少要素の相対的は辺の長さを表わしておりケース6の1辺の最小長さを単位にとっている。図3Cの結果では、ケース2, 5と6のモデルが良い結果を示しておりこれらのモデルの辺長比は、1:2:4とほ、ている。他の結果と比較すると形状比の影響があることがわかる。

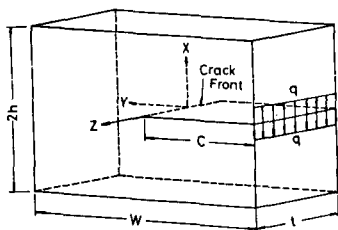
参考文献 (1) Yagawa, Watanabe, et al, 5th SMIRT, M614, 1979. (2) 石田, き裂の弾性解析と応力拡大係数, 培風館. (3) Reynon, 3rd SMIRT, G5/1, 1975. (4) 矢川, 一宮他, 数論, 4379号, 昭53.



(a) 2次元問題

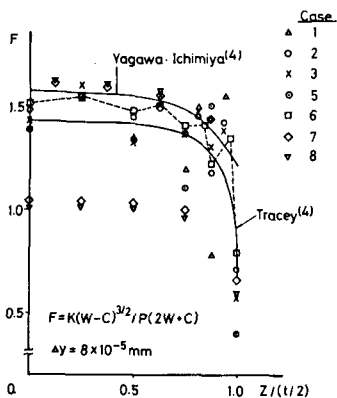
(b) 3次元問題

図2. 仮想き裂進量に対するGあるいはK値の依存性

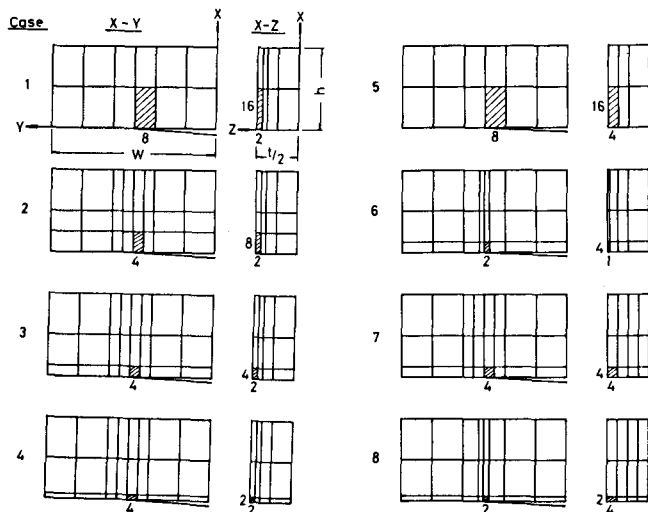


$C/W = h/W = l/W = 1/2$   
 $W = 16 \text{ mm}$ ,  $\nu = 0.3$   
 $E = 10^4 \text{ kg/mm}^2$ ,  $q = 9.375 \text{ kg/mm}$

(a) 3次元貫通き裂モデル



(c) 解析結果



(b) 20節要素を用いた各種有限要素モデル

図3. 貫通き裂に対する要素形状比の検討