

名古屋工業大学 学生員 竹村 雅人
名古屋工業大学 正員 長谷部宣男

半無限板と帯板の接合した形状は、構造物の基本的要素の1つであり、その接合部には応力集中が起こり、クラックが発生する。本論文は、半無限板と帯板の接合部に両側から等長のクラックが発生している場合を、面内荷重が作用した平面弾性問題として解析し、その応力分布及び応力拡大係数を求める。今までにこの形状に対する応力拡大係数は求められていないようである。方法としては、シュワルツ・クリストフェルの変換公式を応用して、分数式の和の形の有理写像関数を作り、ムセリスビリの複素応力関数を用いて解析する[1]。有理写像関数を用いる方法は、比較的多くの任意の形状に適用できるし、応力集中の生じている付近の応力分布を知るのに有効で、応力拡大係数の計算へも応用できる。

単位円に写像した時の対応は、図-1に示す。写像関数は、

$$Z = K \int \frac{(1+z^2) dz}{(1-z)(1+z)^2 (1-e^{-i\alpha} z)^{1/2} (1-e^{i\alpha} z)^{1/2}} \quad (1)$$

である。 α はクラックの長さに関するパラメーターである。式(1)を収束の遅い項と速い項に分離する。

$$\begin{aligned} \frac{Z}{K} = & -A \log(1-z) - 2C e^{i\alpha} (1-e^{-i\alpha} z)^{1/2} - 2D e^{-i\alpha} (1-e^{i\alpha} z)^{1/2} \\ & - \frac{B}{1+z} + \left\{ \frac{(1+z^2)}{(1-z)(1+z)^2 (1-e^{-i\alpha} z)^{1/2} (1-e^{i\alpha} z)^{1/2}} \right. \\ & \left. - \frac{A}{1-z} - \frac{B}{(1+z)^2} - \frac{C}{(1-e^{-i\alpha} z)^{1/2}} - \frac{D}{(1-e^{i\alpha} z)^{1/2}} \right\} dz \quad (2) \end{aligned}$$

係数A, C, Dを[2][3]の方法で解析的に決めた時、 $\alpha=0$ に近づく(無限板中に2方向に半無限長のクラックが発生している場合に近づく。), 式(2)の積分記号中の第2, 4, 5項の係数が各々無限大となり、式(2)の第5項の中級数の収束が、非常に悪くなり、うまくいかない。そこで、係数の規則性に注意してみると、連続した3つの項が1組となって減少している。本論文では、A, C, Dについては、第5項の中級数が、100, 101, 102項目で0となるように決定した。こうすると、第5項の収束が非常に良くなる。

解析方法については省略する。([2, 3]を参考)

境界条件として、図-2, 3, 4に示す外力を考える。(各々の境界条件を[I] [II] [III]とする。)

図-2, 3, 4に $C/W=0.202$ の時の境界上及び対称軸上の応力分布を示す。クラック近傍の応力分布は、クラックの無い場合[2]とは、当然のこ

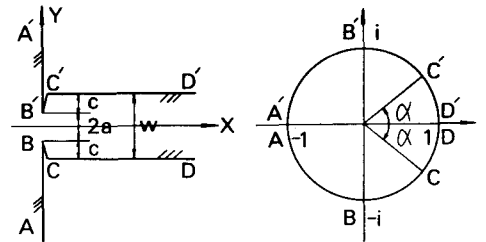


図-1

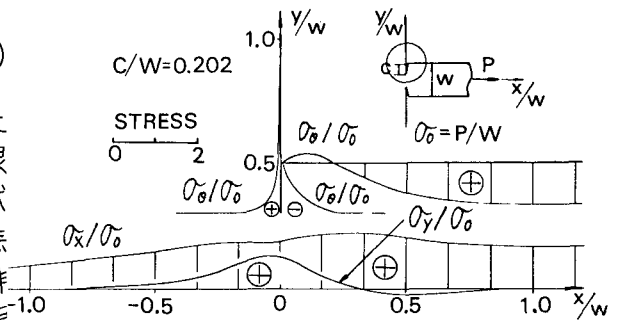


図-2 応力分布

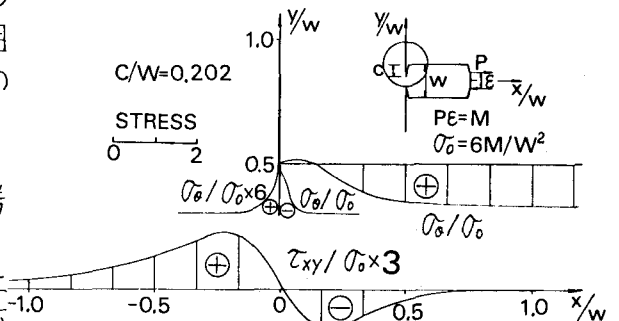


図-3 応力分布

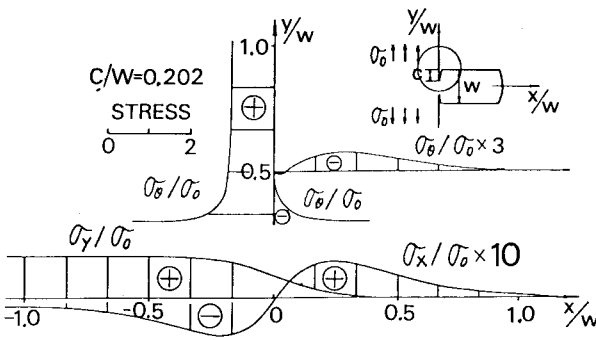


図-4 応力分布

とながらかなり異なる。[I] [II] の場合、隅角部付近では圧縮応力が発生している。隅角部より $0.5W \sim W$ 程度離れるとクラックの影響はなくなる。[II] の場合、対称軸上の σ_{xy} は、接合部付近でせん断力の向きが変っている。

境界条件 [I] [II] [III] に対して、次式で表わされる無次元化した応力拡大係数を用い、その値を図-5, 6, 7, 表-1 に示す。(K_I, K_{II} を求める式は、[4] を参考)

$$F_I + iF_{II} = \frac{(K_I + iK_{II}) \cdot 2\sqrt{a}}{\sqrt{\pi} \cdot P}$$

$$F_I + iF_{II} = \frac{(K_I + iK_{II}) \cdot 2a\sqrt{a}}{\sqrt{\pi} \cdot 3M}$$

$$F_I + iF_{II} = \frac{(K_I + iK_{II}) \cdot 1}{\sqrt{\pi} \cdot \sigma_0 \sqrt{a}}$$

[I] の場合: F_I に比べて F_{II} は非常に小さく、 $C/W \rightarrow 0.5$ のとき、 F_I は $2/\pi$ に漸近し、 F_{II} は 0 となる。

[II] の場合: F_I に比べて F_{II} は非常に小さく、 $C/W \rightarrow 0.5$ のとき、 F_I は $4/3\pi$ に漸近し、 F_{II} は 0 となる。

[III] の場合: F_{II} に比べて F_I は非常に小さく、 $C/W \rightarrow 0.5$ のとき、 F_I は 0 となり、 F_{II} は 0.25 に漸近している。クラックの長さが非常に短いとき、応力拡大係数はばらつくが、 $C/W \rightarrow 0.5$ のときの値は、精度よく求められる。

c/w	Tension		Bending		Uniform Tension	
	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}	F_I	F_{II}
0.500	2/ π	0	4/(3 π)	0	0	0.250
0.484	0.637	0.005	0.424	0.000	0.000	0.250
0.444	0.636	0.016	0.424	0.000	0.000	0.249
0.400	0.633	0.029	0.424	0.001	0.000	0.247
0.354	0.629	0.043	0.424	0.002	0.001	0.244
0.308	0.623	0.056	0.423	0.004	0.002	0.239
0.256	0.614	0.071	0.421	0.008	0.006	0.231
0.202	0.601	0.087	0.417	0.015	0.012	0.221
0.148	0.583	0.103	0.409	0.025	0.022	0.207
0.094	0.557	0.119	0.392	0.039	0.041	0.188
0.048	0.521	0.132	0.364	0.057	0.068	0.163
0.023	0.486	0.141	0.333	0.070	0.097	0.142
0.014	0.464	0.142	0.314	0.074	0.111	0.131
0.004	0.421	0.143	0.276	0.082	0.142	0.112

表-1 応力拡大係数

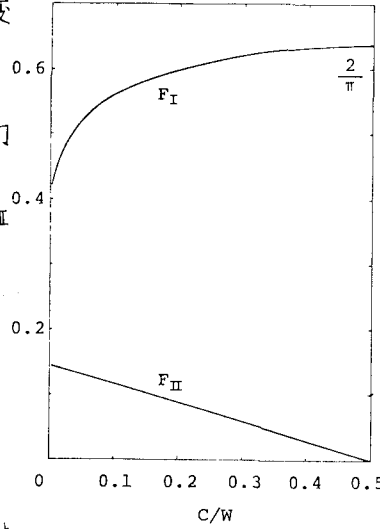


図-5 応力拡大係数

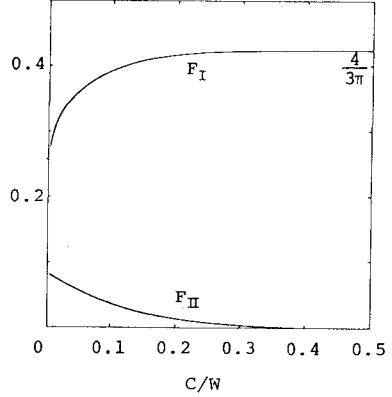


図-6 応力拡大係数

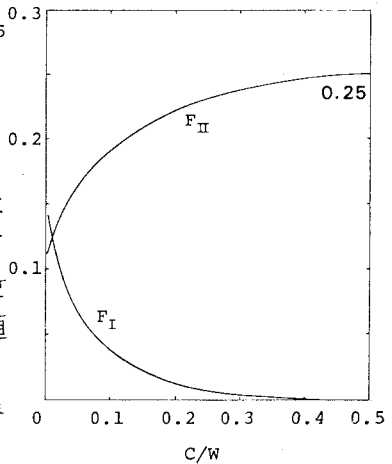


図-7 応力拡大係数

[1] N.I. Muskhelishvili: Some Basic Problems of the Mathematical theory of Elasticity. Noordhoff (1963)

[2] 長谷部宣明: 名古屋工業大学学報第30巻 (1978) p.355-361

[3] N.Hasebe and Y.Horiuchi: Ingenieur Archiv 47 (1978) p.169-179

[4] N.Hasebe and J.Iida: Engineering Fracture Mechanics Vol.10 (1978) p.773-782