

名古屋工業大学 正員 緒原 茂
名古屋工業大学 正員 長谷部 宣男

まえがき 通常物体表面から発生するクラックは、直角に入るとは限らない。したがって、このような現象を説明するために、図-1に示す半無限板表面から屈折角 $\beta\pi$ でクラックが発生したモデルを考え、この時の応力分布、応力拡大係数を解析的に求めることも必要と思われる。荷重としては、平面問題で一樣引張を、薄板の曲げ問題で面外曲げ、ねじりを考える。しかし、このような形状での平面問題としては、体積力法による石田[1]、西谷[2]の結果はあるが、曲げ問題の解は、まだ見あたらないようである。

写像関数による解法 図-1に示す物理領域を単位円内に写像する無理写像関数は、Schwarz-Christoffelの公式から、次式で与えられる。

$$z = \omega(\zeta) = c \int \frac{\zeta + 1}{(\zeta - 1)^2 (\zeta - i)^{\beta} (\zeta - e^{i\alpha})^{\beta}} d\zeta$$

これを有理型に近似するに当り、収束の遅い項と速い項に分離した

後、それぞれをバギ展開する。この有限項を取って、各バギの係数が一致するような分数式の和の有理写像関数 $z = \omega(\zeta) = \sum_{k=1}^N E_k / (\zeta_k - \zeta) + Q$ を作った。ここで、2つのパラメータ α, β の間には、 $\tan \alpha = 2\beta(\beta - 1)/(1 - 2\beta)$ 、(ただし、 $\pi < \alpha < 2\pi$) なる関係が成立する。なお、解法[3]、[4]は省略する。

解析結果 本解析では、平面問題として、一方向一樣引張、薄板の曲げ問題として、面外曲げとねじりの荷重条件で、屈折角 $\beta\pi$ を変化させてそれぞれの計算を行なった。図2, 3, 4に、一例として、各荷重条件での、屈折角 $\beta\pi = 90^\circ, 60^\circ$ の場合の、 $M_0/M_0, M_0/T_0, G_0/G_0$ 分布を示した。なお、薄板の曲げ問題では、ポアソン比が0.0と0.5の場合を示した。曲げ問題では、両者とも屈折角 $\beta\pi = 90^\circ$ で符号が正のまま応力集中するが、 $\beta\pi = 60^\circ$ の時は、先端で符号の逆転が生じている。また、一樣引張の屈折角 $\beta\pi = 90^\circ$ の時、クラック先端近傍で圧縮から引張に急激に変化して応力集中している。次に、各荷重条件での、屈折角 $\beta\pi$ とクラック先端の応力拡大係数の関係を、図5, 6, 7、表1, 2, 3に示す。ただし、図表中の各応力拡大係数は、次式のような無次元化を行なった。

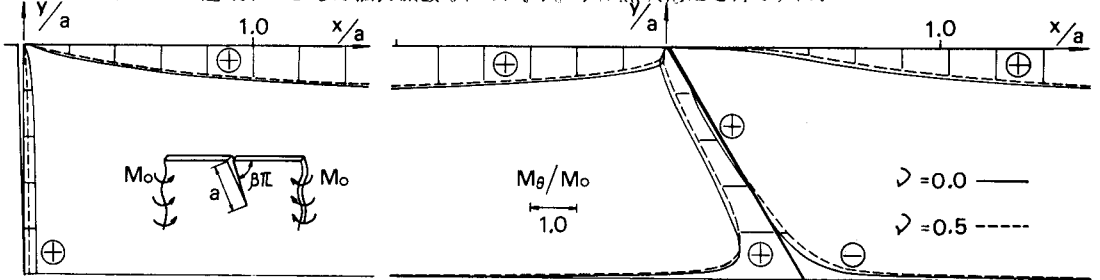


図-2 曲げによる M_0/M_0 分布図

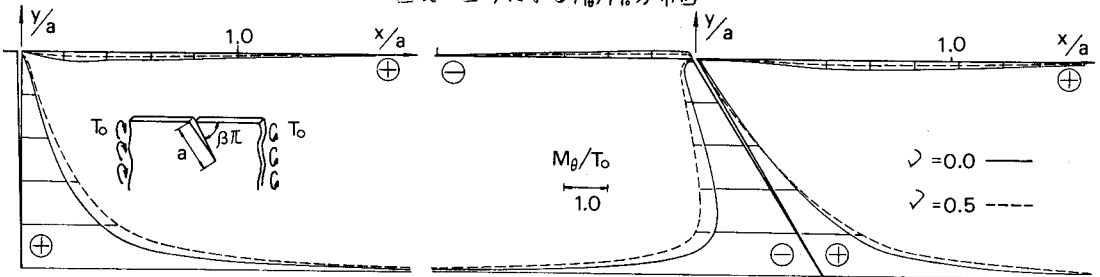


図-3 ねじりによる M_0/T_0 分布図

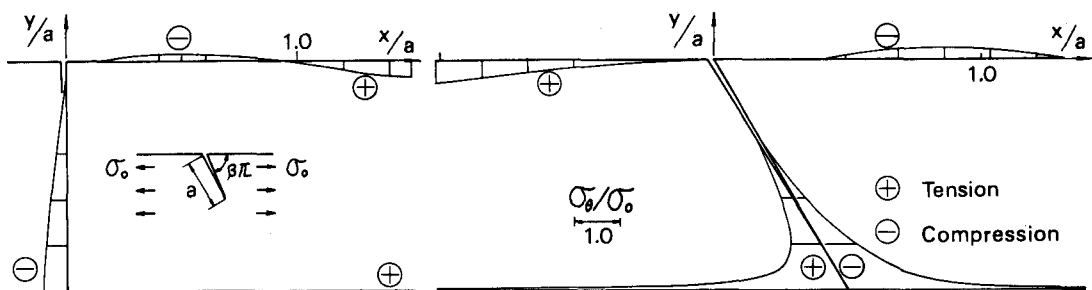


図-4 一様引張による σ_x/σ_0 分布図

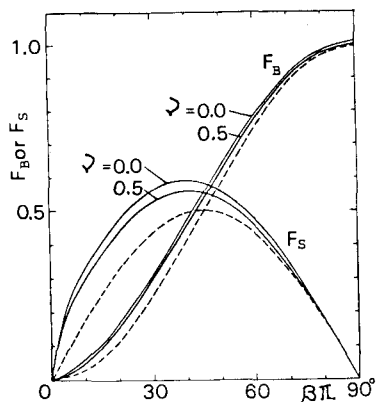


図-5 応力拡大係数 (曲げ)

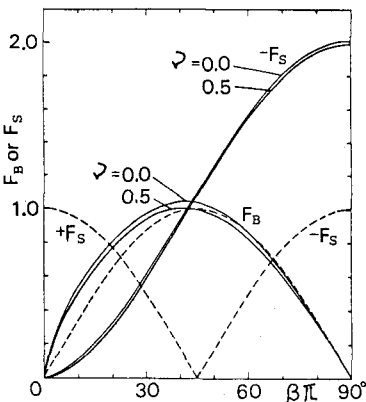


図-6 応力拡大係数 (ねじり)

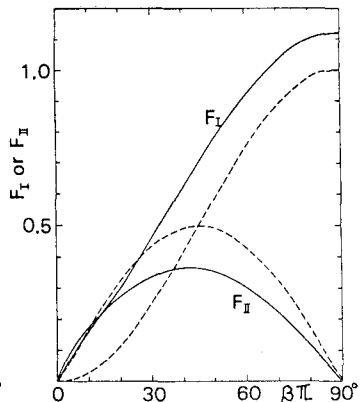


図-7 応力拡大係数 (一様引張)

$\beta\pi$	$\nu=0.0$		$\nu=0.25$		$\nu=0.5$	
	F_B	F_S	F_B	F_S	F_B	F_S
10°	0.059	0.325	0.053	0.308	0.051	0.296
20	0.165	0.473	0.158	0.453	0.155	0.438
30	0.307	0.562	0.299	0.542	0.295	0.527
40	0.4693	0.5918	0.4609	0.5739	0.4565	0.5603
45	0.5525	0.5848	0.5442	0.5682	0.5399	0.5556
50	0.6343	0.5634	0.6263	0.5483	0.6220	0.5367
60	0.7851	0.4795	0.7778	0.4679	0.7739	0.4589
70	0.9059	0.3484	0.8994	0.3407	0.8958	0.3346
80	0.9838	0.1832	0.9779	0.1793	0.9746	0.1762
90	1.0107	0.0	1.0050	0.0	1.0019	0.0

表-1 応力拡大係数の値 (曲げの場合)

$\beta\pi$	$\nu=0.0$		$\nu=0.25$		$\nu=0.5$	
	F_B	F_S	F_B	F_S	F_B	F_S
10°	0.503	-0.113	0.518	-0.106	0.533	-0.101
20	0.765	-0.326	0.785	-0.315	0.804	-0.309
30	0.934	-0.610	0.957	-0.597	0.977	-0.590
40	1.0031	-0.9344	1.0266	-0.9205	1.0469	-0.9127
45	0.9985	-1.1013	1.0214	-1.0873	1.0411	-1.0795
50	0.9676	-1.2654	0.9896	-1.2516	1.0083	-1.2438
60	0.8312	-1.5682	0.8498	-1.5551	0.8654	-1.5477
70	0.6078	-1.8108	0.6213	-1.7985	0.6324	-1.7916
80	0.3207	-1.9674	0.3278	-1.9558	0.3336	-1.9493
90	0.0	-2.0215	0.0	-2.0101	0.0	-2.0038

表-2 応力拡大係数の値 (ねじりの場合)

$$\left\{ \begin{matrix} F_B \\ F_S \end{matrix} \right\} = \frac{3+2\nu}{1+\nu} \frac{1}{\sqrt{a}} \left\{ \begin{matrix} K_B \\ K_S \end{matrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{matrix} F_I \\ F_{II} \end{matrix} \right\} = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{\pi a}} \left\{ \begin{matrix} K_I \\ K_{II} \end{matrix} \right\}$$

なお、図中の破線は、各荷重を載荷した時の、長さ $2a$ なるクラックを有する無限板に対する応力拡大係数で、それぞれ図-5では $F_B = \sin \beta\pi$, $F_S = \sin \beta\pi \cos \beta\pi$, 図-6では $F_B = \sin 2\beta\pi$, $F_S = \cos 2\beta\pi$, 図-7では $F_I = \sin \beta\pi$, $F_{II} = \sin \beta\pi \cos \beta\pi$ で定義される値に等しい。引張、曲げとねじりの F_B については、破線と若干の差はあるが一般的傾向は同じである。他方、ねじりの F_S は、約1.0の差が生じている。

表-1には、体積力法による石田の結果[1]も示してある。本解析結果と比較すると良い一致が見られる。屈折角が30より小さい時には、本解析で用いた有理写像関数が表わすZ-面上の点B, Dに意味が付き正しく写像できないために、多少精度が悪いかもしいない。薄板の曲げ問題では、応力、応力拡大係数とポアソン比がほぼ線形になっているので、各ポアソン比の時の値が、比例配分により求めることができる。

[1]石田 義機論, 45-312(1954-4), 30, [2]西谷 引信, 機論, 47-744(1981-4), 1103, [3]N.Hasebe, A.S.C.E., Vol.104, No.EM6, 1978, [4]N.Hasebe, Y.Horiuchi, Ingenieur-Archiv, 47, 1978, [5]G.C.Sih, Handbook of Stress-Intensity Factors, Lehigh Uni., 1973