Ⅳ－195　　カルマンフィルターによる道路交通状態の予測

信州大学工学部　正員　奥谷　巌

1．まえがき

交通渋滞を予防的に回避すべく，迂回指示あるいは経路変更指示等の制御を行なおうとする場合，何らかの方法で対象とする道路網の各リンクの交通状態を予め知ることが必要となる。言い換えれば，現時点以前の各リンクの交通情報をもとに，何時点か先の各リンクの交通状態を予測する必要があるということである。予測の方法としては，いろいろなものが考えられるであろうが，交通の非定常性を考慮すると，時々刻々の交通流の動的変化に対処しうるものでなければならないし，またオンラインリアルタイムで計算処理が可能であることが要求される。こうした要件を備えるものとして，最近応用面で注目を集めているカルマンフィルター理論がある。本研究は，この理論を交通状態の予測理論に導入し，基礎的な立場から若干の考察を行なってみたものである。

2．リンク交通量の予測

現時点以前の交通量の計測データを用いて，k時点先の各リンクの交通量を予測する問題を考える。いま，$x(t)$を時刻tのリンク交通量をその要素としてもつn次元ベクトルとしたとき，予測モデルとして次のようなモデルを考える。

$$x(t+k)=H^0(t)x(t)+H^1(t)x(t-1)+\cdots\cdots+H^r(t)\,x(t-r)+w(t) \qquad (1)$$

ここに，$H^\ell(t)$は$x(t-\ell)$にかかるパラメータから成る$n\times n$の行列，$w(t)$は誤差を表わすn次元ベクトルである。さて，いま$H^\ell(t)$の第i行を

$$a_i^\ell(t)=(a_{i1}^\ell(t),\,a_{i2}^\ell(t),\,\cdots\cdots,\,a_{in}^\ell(t)) \qquad (2)$$

としたとき，

$$h(t)=(a_1^0(t),a_2^0(t),\cdots\cdots,a_n^0(t),a_1^1(t),a_2^1(t),\cdots\cdots,a_n^1(t),\cdots\cdots,a_1^r(t),a_2^r(t),\cdots\cdots,a_n^r(t))^T \qquad (3)$$

なる$n^2(r+1)$次元のベクトルを考える。さらに

$$\Lambda(t)=\left[\begin{array}{ccc|ccc|c|ccc} x^T(t) & & 0 & x^T(t-1) & & 0 & \cdots\cdots & x^T(t-r) & & 0 \\ & x^T(t) & & & x^T(t-1) & & \cdots\cdots & & x^T(t-r) & \\ & & \ddots & & & \ddots & & & & \ddots \\ 0 & & x^T(t) & 0 & & x^T(t-1) & \cdots\cdots & 0 & & x^T(t-r) \end{array}\right] \qquad (4)$$

$$y(t)=x(t+k) \qquad (5)$$

を定義すると，式(1)は

$$y(t)=\Lambda(t)\,h(t)+w(t) \qquad (6)$$

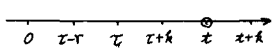
のように表わされる。われわれはこの式を観測方程式と考え，さらにシステム方程式としては次のようなものを考える。すなわち

$$h(t)=\Psi(t)\,h(t)+e(t) \qquad (7)$$

である。ここに，$\Psi(t)$は変換行列，$e(t)$は誤差項をそれぞれ表わす。$h(t)$の定常性が仮定できる場合には$\Psi(t)=E$とおけばよい。

いま，混乱を避けるために，現時点をtとして図－1のような時間軸を考える。このとき，$h(\tau)$の最適な推定値$\hat{h}(\tau)$は次式によって与えられる。

$$\hat{h}(\tau)=\hat{h}(\tau-1)+K(\tau)[y(\tau)-\Lambda(\tau)\{\Psi(\tau-1)\hat{h}(\tau-1)\}] \qquad (8)$$



図－1　時間軸

ここに，$K(\tau)$はカルマンゲイン行列であり，次のような漸化式から計算される。

$$K(\tau) = S(\tau)\Lambda^T(\tau)\left[R(\tau) + \Lambda(\tau)S(\tau)\Lambda^T(\tau)\right]^{-1} \quad (9) \qquad R(\tau):w(\tau)\text{の分散行列}$$

$$S(\tau) = \Psi(\tau-1)P(\tau-1)\Psi^T(\tau-1) + Q(\tau-1) \quad (10) \qquad Q(\tau):e(\tau) \quad 〃$$

$$P(\tau) = S(\tau) - K(\tau)\Lambda(\tau)S(\tau) \quad (11)$$

図－1にも示したが，まず$\Lambda(\tau)$が完全に定義されるためには，$0 \leqq \tau - r$ でなければならない。また，$y(\tau)$すなわち$x(\tau+k)$が実際に観測情報として入手できるためには，$\tau + k \leqq t$ でなければならない．すなわち，式(8)が有効なτの範囲は $r \leqq \tau \leqq t - k$ である．

さて，式(9)～式(11)を用いた$K(\tau)$の具体的な計算手順を示すと次のようになる．

（ステップ1）：$\tau = r$，$S(r) = E$ とし，ステップ2へゆく．

（ステップ2）：$K(\tau)$ を式(9)により計算する。

（ステップ3）：式(11)を用いて，$P(\tau)$を計算する．

（ステップ4）：式(10)を用いて，$S(\tau+1)$を計算する．$\tau_i = \tau + 1$ として，ステップ2へゆく．

上述の手順において，$R(\tau)$および$Q(\tau)$は当然与えられていなければならないが，それを知る手がかりはないので，適当な値を仮定する必要があるであろう．いずれにしても，このようにして$K(\tau)$が定められると，$\hat{h}(\tau)$はその初期値を与えるだけで，次々とその値が決定されてゆくことになる。$h(\tau)$の先験的な初期値 $\overset{*}{\hat{h}}(r)$は一般的に0とおくのがふつうである．

ところで，式(8)において，$(\tau+k-1)$までのリンク交通量の計測値を使って予測した$h(\tau-1)$の最適予測値が$\hat{h}(\tau-1)$であるから，$\Lambda(\tau)\Psi(\tau-1)\hat{h}(\tau-1)$はそのパラメータを使った$y(\tau)$の最適予測値ということになる．すなわち，[　]の中は$y(\tau)$の予測誤差つまり$x(\tau+k)$の予測誤差を示している。$\hat{h}(\tau)$の推定式は，この$x(\tau+k)$の予測誤差を情報として取り入れ，$\hat{h}(\tau-1)$をさらに改善するという構造を有しているのである。

このようにして，逐次的に計算されてゆく$\hat{h}(\tau)$の中で，最も新しい情報である$x(t)$を利用して推定されるものは$\hat{h}(t-k)$である。したがって，いま$x(t+k)$の予測値を$\hat{x}(t+k)$とするとき

$$\hat{x}(t+k) = \Lambda(t)\hat{h}(t-k) \quad (12)$$

のように与えるのである．式(1)からすれば，$\hat{x}(t+k)$の本来の予測式は

$$\hat{x}(t+k) = \Lambda(t)\hat{h}(t) \quad (13)$$

でなければならないが，$\hat{h}(t)$を与える方法がないので，その定常性の仮定のもとに，$\hat{h}(t-k)$を代用しているのである。

一般的に，交通制御を行なおうとする道路網には多くのリンクが含まれているので，$x(t)$として単純に全リンクの交通量を考えると，その次元数は膨大なものとなってしまう。その結果，オンライン・リアルタイムでの計算処理は，本理論をもってしても困難になることが考えられる。したがって，$x(t)$としては，予測しようとするリンクの交通量および技術的判断からそれと関係が深いと思われる数リンクの交通量を1つのグループとして採用するようにし，それを用いて$h(t)$を同定するようにすればよい。

3．リンク交通密度の予測

交通量が道路の混雑状態に対し，交通密度は1対1に対応する性質がある．したがって，交通渋滞が頻発するような過飽和街路網等に対しては，交通量よりむしろ有用な交通情報になりうる。交通密度の時々刻々の値を計測する方法は現在のところないが，時間オキュパンシーあるいは空間オキュパンシーを介して間接的にその値を知りうる。したがって，いま各リンクの交通密度をその要素とするベクトルを$x(t)$とすれば，2の交通量の場合とまったく同様な方法により，その予測を行なうことができるのである。

参　考　文　献

1) 奥谷，高林：カルマン・フィルターを用いた道路交通量の動的推定法，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，昭和53年2月