Ⅳ－174　公共ふ頭の船舶動態分析モデルに関する考察

関西大学工学部　正会員　木村 作郎
関西大学工学部　正会員　則武 通彦

1．まえがき

公共一般雑貨ふ頭における船舶の動態を分析するために、従来から確率論に基づいた2つの方向のモデルが提案されている。すなわち、一方は港湾における船舶の在港隻数分布そのものをデータ観測で調査し、その分布形を統計的検定によって推定しようとするもの（在港隻数分布モデル，SDPモデル）である。他方は、港湾に入港する船舶の到着分布とバースでのサービス時間分布を統計的に推定し、さらにバース数をパラメータとすることによってふ頭における船舶の動態を分析しようとする待ち合せモデルである。待ち合せモデルとしては、待ち合せ理論モデルとシミュレーションモデルとが代表的であるが、ここでは待ち合せ理論モデルに限定する。そして、本研究ではそれら2つのモデルの特徴を調べることによってモデル間の理論的関連性を明確にし、さらにSDPモデル提案の際の基礎となっている調査データを分析してモデル間の実証的比較を行なう。

2．SDPモデル

Fratar, et. al[1], Plumlee[2]およびNicolaou[3]は、1952年から1965年にかけてCentral America，Ecuador およびCyprus の主要な港湾を対象として在港隻数の分布を調査した。その結果、彼らは港湾における船舶の在港隻数分布は、ふ頭のバース数および平均在港隻数のいかんに関係なくいずれも次式のようなポアソン分布に従うものと考えた。

$$P_{n,s}=(\bar{n}_s)^n\cdot e^{-\bar{n}_s}/n! \qquad (1)$$

ここに、$P_{n,s}$はバース数がSのとき，期間Tの間でn隻の船舶が在港する確率であり、$\bar{n}_s$はバース数がSのとき、期間Tの間の平均在港隻数（隻/日）であり、Tは考察の対象とされる港湾オペレーションの期間，通常は1年＝365日である。

3．待ち合せ理論モデル

港湾への船舶の到着分布とバースでのサービス分布とを詳細に調査し、港内での船舶のバース待ち現象に注目した研究も多数報告されている。それらの研究の結果，一般的に公共ふ頭への船舶の到着はポアソン分布，バースでのサービス時間は指数分布あるいは低次のアーラン分布に従うことが確認されている。

a）M/M/S(∞)モデル

この場合，よく知られているように定常状態におけるシステムの状態確率は次のように記述される。

$$P_{n,s}=a^n\cdot P_{0,s}/n! \qquad (0\leq n\leq S) \qquad (2)$$

$$P_{n,s}=a^n\cdot P_{0,s}/(S!\cdot S^{n-s}) \qquad (S\leq n) \qquad (3)$$

ここに

$$a=\lambda/\mu \qquad \text{（トラフィック密度）} \qquad (4)$$

$$P_{0,s}=\left\{\sum_{n=0}^{S-1}\frac{a^n}{n!}+\frac{a^S}{(S-1)!\,(S-a)}\right\}^{-1} \qquad (5)$$

であり、また

$$\bar{n}_s=a^{S+1}\cdot P_{0,s}/\{(S-1)!\cdot(S-a)^2\}+a \qquad (6)$$

である。そして、システムの平衡条件として、

$$\rho=\lambda/(S\cdot\mu)<1 \qquad (7)$$

が成立することが必要である。ここにρは利用率である。

b）M/E_k/S(∞)モデル

この場合もすでにMorse[4]によって定常状態の状態方程式が解かれているが、紙面の都合上ここでは省略する。

4．SDPモデルと待ち合せ理論モデルの関係

式(1)より明らかなように、SDPモデルは$\bar{n}_s$のみをパラメータとするのに対し、待ち合せ理論モデルは船舶の到着分布形，サービス分布形，トラフィック密度，バース数をパラメータとして持っており理論的柔軟性が高い。またSDPモデルの場合その正当性の根拠として提示している調査データの中にはあまり理論分布と適合していないケースが存在するが、待ち合せ理論モデルの場合はデータとの適合性が高い。これらのことより、SDPモデルは待ち合せ理論モデルの特別なケースに相当していることが推量される。事実、Takács[5]は、ρ＜1のとき待ち合せ理論モデルでM/G/∞の場合、すなわち到着がポアソン分布でバース数が無限大と見なせる場合には、サービス時間分布のいかんにかかわらず在港隻数分布は次式のポアソン分布に従うことを見出した。

$$P_{n,\infty} = a^n \cdot e^{-a}/n! \qquad (8)$$

上式は、式(1)において$\bar{n}_s = a$の場合、すなわち、平均在港隻数がトラフィック密度（＝平均サービス隻数）に等しい場合に相当している。また、上式がM/G/∞ の場合に成立するということから、上式はM/M/∞ およびM/E_k/∞ の場合にも成立することは明らかである。

5. 公共ふ頭の船舶動態分析モデルの適合性

4. において述べられたことから、SDPモデルに関する一連の研究において、そのモデルがあまり適合していないデータは、むしろ待ち合せ理論モデルによって都合よく説明される可能性が強い。このため、本研究ではSDPモデルが基礎としている在港隻数分布データを待ち合せ理論モデルで説明することを試みた。この場合M/M/S(∞)モデルにおいては平均在港隻数$\bar{n}_s$は式(6)で与えられるので、

$$f(a) = \frac{a^{S+1}}{(S-1)!\cdot(S-a)^2}P_{0,S} + a - \bar{n}_s = 0 \qquad (9)$$

なる関数$f(a)$を設定すれば、$S > a$の各Sに対してaは一意的に求められ、よって式(2),(3),(5)より各Sに対する在港隻数分布$P_{n,S}$を決定できる。同様にM/E_k/S(∞)モデルに対しては、Lee−Longton の公式を応用して、

$$g(a) = \frac{a^{S+1}}{2(S-1)!(S-a)^2}\left\{\sum_{n=0}^{S-1}\frac{a^n}{n!} + \frac{a^S}{(S-1)!(S-a)}\right\}^{-1} \times\left(1+\frac{1}{k}\right) + a - (\bar{n}_s)_k = 0 \qquad (10)$$

なる関数$g(a)$が導けるので、kを固定すれば各Sに対する$P_{n,S}$を求めることができる。

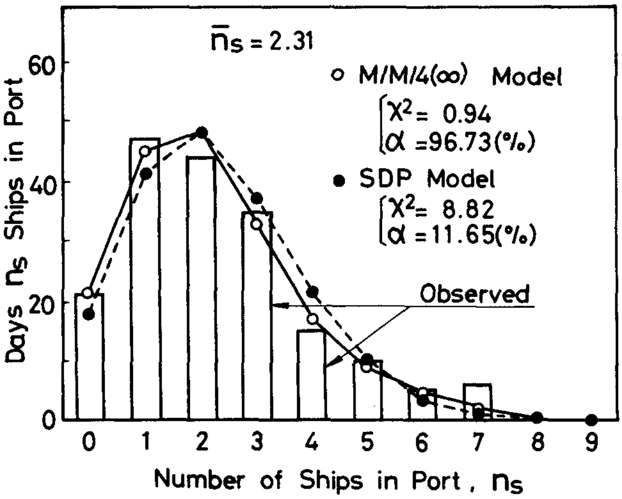

図-1 船舶の在港隻数分布（Baltimore, Maryland ; 1959）

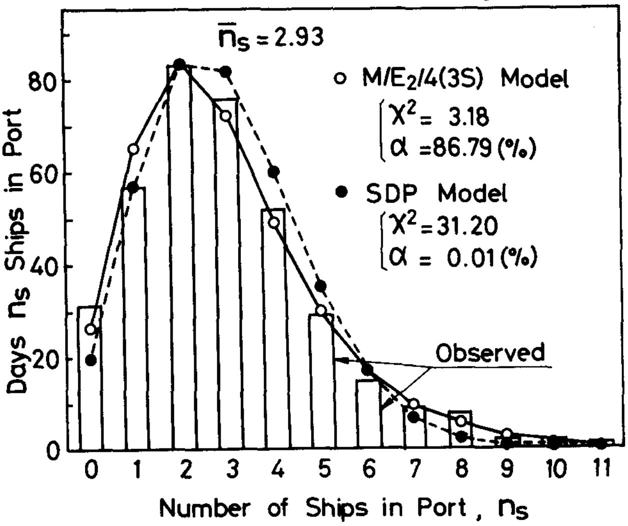

図-2 船舶の在港隻数分布（Limassol ; 1965）

図−1および図−2は、SDPモデルと待ち合せ理論モデルのデータへの適合性を比較するために統計的χ^2適合度検定を行なった結果の一例である。なお、図中のα(%)は有意水準を示している。これらより、待ち合せ理論モデルの方がデータにより良く適合していることが分かる。

6. 結論

以上のことから、公共ふ頭の船舶動態分析モデルとしては、待ち合せ理論モデルの方がSDPモデルよりもデータへの適合性の面ですぐれていることが示唆される。詳細な計算例と考察については講演時に発表する。

1) Fratar, T.J. et. al : Prediction of maximum practical berth occupancy, Trans. of ASCE, Vol. 126, Part IV, 1961.
2) Plumlee, C.H. : Optimum size seaport, Proc. of ASCE, Vol. 92, No. WW3, Aug., 1966. 3) Nicolaou, S.N. : Berth planning by evaluation of congestion and cost, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. WW4, Nov., 1967. 4) Morse, P.M. : Queues, inventories and maintenance, John Wiley & Sons, 1958. 5) Takács, L. : Introduction to the theory of queues, Oxford Univ. Press, 1962.