IV－157 大型のR.C.構造物工事における鉄筋の購入・加工計画問題へのシステム・アプローチ

京都大学大学院 学生員 梶谷幸生
京都大学工学部 正 員 春名 攻
京都大学工学部 正 員 古川和広

1.はじめに　大型化してきている多くの土木工事において，工事費用の低減をはかるため，そこで利用する各種の投入資源を合理的に管理するためのシステムの開発は，重要な課題である。一方，従来の土木工事における資源の管理方法では，熟練技術者の勘や経験に頼るところが大きかった。したがって，このような問題意識のもとに，工事用資源の中の鉄筋の購入量決定問題に着目した。ここでは，工程との整合性を保持しつつ，かつ，実行可能な状態を想定しつつ，購入費用をできるだけ小さくするような購入量の決定という目的のもとに，この問題を数理計画モデルとして，定式化を行なった。そして，4.で述べるように，この問題は大規模な整数計画問題となり，最適解を求めることは不可能に近いので，ここでは，LPによる効率的な近似解法の開発を目的として，例題計算の結果に基き考察を加えた。さらに，大阪の地下鉄工事を対象とした事例計算を行ない，実証的分析を行なった。

2.モデルの定式化とアプローチの前提　土木工事の総合的な管理システムを開発し，工程ネットワークと実際工事との整合性のとれた運動を実現するためには，鉄筋の管理計画の中でも，購入計画が特に重要と考えられる。さて，実際には，設計図が与えられた場合には，工事に必要な「構造物構築用の鉄筋」は，各種の径・長さ・形状ごとに分類されており，また，径の異なる鉄筋の間での作業上の代替性，構造上の代替性は一般に存在しない。そこで，本研究では，工程における作業スケジュールから，鉄筋購入の1サイクルに当たる部分（約1カ月分）を取り出し，それに対応する加工鉄筋を対象に，各径ごとに，加工鉄筋の需要を満たす合理的な原材料鉄筋の購入量と切断パターンを決定する数理計画モデルとしてとらえ，アプローチを試みた。

3.モデルの定式化とアプローチの概略　工事施工のために購入する原材料となる鉄筋は，各種の径ごとに規格化されている。そして，ある1つの径の鉄筋について，長さがm種類，用意されているとし，これを $l_i(m)$ $(i=1,2,\cdots,m)$ とする。さらに，1本当たりの価格を C_i（円）$(i=1,2,\cdots,m)$ とする。一方，切断後の同じ径の加工鉄筋（需要鉄筋）は設計図に基き，n種類の長さに分類されるとする。そして，それぞれの長さを $a_j(m)$ $(j=1,2,\cdots,n)$ とし，需要本数は d_j（本）で，既知とする。次に長さ $l_i(m)$ の原材料鉄筋から，長さ $a_j(m)$ の加工鉄筋を ${}_jP^i_{k_i}$（本）とるものとすると，各種の長さの原材料鉄筋から，適当な組合せの加工鉄筋を得るための切断パターンが考えられる。ただし，k_iは，多数ある$l_i(m)$の原材料鉄筋の第k_i番目の切断パターンであることを示し，定式化のために便宜上付けたものである。今，この切断パターンをベクトルで表示すると(1)式のように表わされる。そして，この切断パターン $\mathbb{P}^i_{k_i}$ を用いる長さ $l_i(m)$ の原材料鉄筋の本数を $x^i_{k_i}$（本）とすると，需要を満たし，かつ，最小費用を与えるような鉄筋（径は1種類）の購入量と切断パターンを求める問題は，(2)のように定式化される。

$$\mathbb{P}^i_{k_i}=({}_1P^i_{k_i},\ {}_2P^i_{k_i},\ \cdots\ {}_jP^i_{k_i}\ \cdots\ {}_nP^i_{k_i})^t \qquad (1)$$

tは転置行列を表わす

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{Minimize} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m} c_i\Big(\sum_{k_i=1}^{K_i} x^i_{k_i}\Big) \\
\text{Subject to} & \displaystyle\sum_{i=1}^{m}\sum_{k_i=1}^{K_i} \mathbb{P}^i_{k_i} x^i_{k_i} \geqq \mathbb{d} \\
 & x^i_{k_i}：\text{非負の整数} \\
 & \mathbb{d}=(d_1,\ d_2,\ \cdots,\ d_n)^t \\
 & \left[\begin{array}{l} i=1,\ 2,\ \cdots\cdots\ m \\ j=1,\ 2,\ \cdots\ n \\ k_i=1,\ 2,\ \cdots\ K_i \end{array}\right]
\end{array}\right\} \qquad (2)$$

4.解法――効率的な近似解の求め方について　今，上記(1)のような実行可能な切断パターン $\mathbb{P}^i_{k_i}$ をあらかじめ，すべて，求めておくことができれば，(2)は整数計画問題となる。しかし，一般に実行可能なすべての切断パターン $\mathbb{P}^i_{k_i}$ の組合せの数は，膨大なものとなり，すべてを列挙することは，不可能に近く，また，整数計画問題であるため，最適解を求めることは，現実には，ほとんど困難である。そこで，代替案として，整数制約条件を除去し，LPとしての最適解を求め，それによって近似解を求めるという方法が考えられる。しかし，切断パターンの組合せの数が膨大であり，したがって，変数の数が非常に大きくなるため，一般のLPとして定式化した場合，マトリックスの列の数は，膨大となるので，一般的なLPの解法では，やはり，この問題を解くことは，ほとんど不可能である。そこで，本研究では，列生成法と呼ばれる

考え方を導入した。すなわち、従来のLPは陽的な評価の方法であるのに対し、列生成法を用いたLPは任意に一組の初期実行可能解さえ得られれば、あとは補助システムによって一段階ごとに、非基底変数の中から解の改善に寄与し得る変数を一つずつ選び出すという陰的な評価を用いた手法であり、本問題のように変数の数が非常に大きな問題に対し有効な考え方である。本研究では、列生成法を補助システムに含むLPによる近似解法を考察の対象とした。さて、以下に、簡単に考え方の手順を述べることとする。いま、制約条件式数は需要鉄筋の数nであるから、基底変数の個数は高々nである。そのため、解法においては、初期実行可能解として、n個の実行可能な切断パターンを作り、まず初期実行可能基底解を求める。そして、順次、目的関数値を改善する切断パターンを補助問題を解くことにより求めながら、最適解に到達するまで計算を繰り返す。基底形式に変換した場合の目的関数の係数$\overline{c_i}$は、現在の基底変数に対応する切断パターンのベクトルのみから求められる基底行列がBであるから、$\overline{c_i} = c_i - c_B B^{-1} P^i_{k_i}$ となっている。今、最適解に到達していない場合には、$\overline{c_i} < 0$となっている変数x_{k_i}が必ず1つ以上存在する。したがって、解の改善に寄与する切断パターンを求めるためには、1つの原材料鉄筋について、最小値を与えるシンプレックス基準を計算し、もしそのシンプレックス基準の最小値を与える切断パターンが解の改善に寄与するならば基底に入れ、寄与しなければ、別の長さの原材料鉄筋について同様の計算を行なう。これで、基底に入れるべき切断パターンを求める補助問題の段階が形成される。ここで、この補助問題は(3)のように定式化される。(3)は、一次元のナップザック問題となっており、本研究では、ダイナミック・プログラミングを用いて解いた。(ここでは、ダイナミック・プログラミングの内容については、割愛する。)そして、列生成法を用いたLPのアルゴリズムを図-1に示す。

$$
\left.
\begin{aligned}
&\text{Minimize}\ \left(\overline{c_i} = c_i - c_B B^{-1} P^i_{k_i}\right) = \text{Maxmize}\left(c_B B^{-1} P^i_{k_i}\right) \\
&\text{Subject to}\quad \sum_{j=1}^{n} a_j\, {}_jP^i_{k_i} \leqq l_i \\
&\qquad {}_jP^i_{k_i} : \text{非負の整数} \\
&\left[\begin{aligned} i &= 1, 2, \cdots, m \\ j &= 1, 2, \cdots, n \\ k_i &= 1, 2, \cdots, K_i \end{aligned}\right]
\end{aligned}
\right\} \quad (3)
$$

5. 計算結果および分析

以上の方法に従って計算を行なっていくと、LPとしての最適解が求まる。しかし、本来、原材料鉄筋の本数を求めるのが目的であるので、解は整数解となっていなければならない。さて、このLPの最適解をもとに、整数解を得るためには、① LPの最適解の非整数値をとる変数の値を切り上げる。② LPの最適解の非整数値をとる変数の値を切り下げて、不足分を規模の小さな整数計画法により求める。の2通りの方法が考えられる。しかし、①あるいは②の方法によって得られた解が、十分な精度の近似解であり得るか否か不明であるので、規模の小さな例題をつくり、①および②の方法で解いた解と、整数計画法を用いて求めた本来の最適解を比較・検討した。この結果、①、②によって求めた解と本来の最適解にはほとんど乖離は認められなかった。これより、①および②により、十分な精度の近似解が得られることが規模の小さな問題では確かめられた。しかし、一般の規模の大きな問題についても同様のことが言えるかということについては確かめるすべはないが、規模の大きな整数計画問題では、整数制約を除去したLPの最適解をまるめた解が、十分精度のよい近似解を与えると一般に言われているので、以上の考え方を、規模の大きな一般の問題に適用しても妥当だと考えられる。最後に、実際の地下鉄工事を対象にした事例計算の結果については、紙面の都合上、講演時に詳述することとする。

図-1 列生成法を用いたLPのアルゴリズム