Ⅳ-139　曲線軌道における座屈強さと限界値

新日本製鉄(株)　正員　○斉藤 裕一
九州大学 工学部　正員　沼田 實

1. はじめに

先に筆者は、ロングレールの座屈強さを解析するに当り、[1] 座屈後の波型を4つに類型化し、[2] 座屈に費される外力エネルギーA_aと、レールの曲げ剛さおよび道床抵抗によって、座屈を阻止するように働く、曲げエネルギーA_b、摩擦エネルギーA_gとの間に、仮想仕事の原理を適用し、[3] 更にレール軸力がP_tからPに降下する際の座屈部前後のレールの伸びの関係を用いて、座屈強さを与える次式を提案した[1]。

$$P_t = P + \left[\gamma^2 n^2 P^{-1} + \alpha h P^{-3.5}\left\{\left(g - \xi\frac{P}{R}\right)^2 + k\left(g - \xi\frac{P}{R}\right)\frac{P}{R}\right\}\right]^{0.5} - \gamma n P^{0.5} \quad \text{----(1)}$$

ここに、$\gamma = (n+1)\sqrt{2}/2 \cdot \pi E^{0.5} J^{0.5}$，$\alpha = 8\mu E^{2.5} J^{1.5} A$，$P_t$；座屈強さ(kg)，$P$；平衡軸力(kg)，$g$；$h$；横および縦方向道床抵抗力(kg/cm)，$n$；座屈波型の数，$R$；軌道の曲線半径(cm)，$\gamma$；$\alpha$；$k$；$\mu$；波型によって決まる定数，$E$；$A$；$J$；レールの弾性係数(kg/cm²)と断面積(cm²)および断面2次モーメント(cm⁴)。

式(1)は平衡軸力Pに関して極値を持つ高次式となり、ロングレールの軌道構造を決める上で必要な、最低座屈強さ$P_{t\,min}$を直接求めるのに煩雑である。筆者は先にノモグラムや数表を使う計算法を提案したが、新たに略計算による簡略式を提案し、コンピュータによる厳密解と比較した。

2. 簡略式

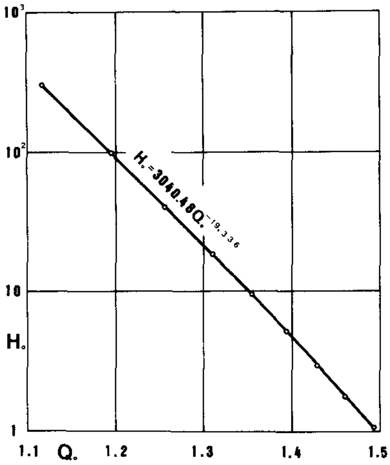
最低座屈強さの簡略式は、筆者の理論式の計算結果から、帰納的に係数を決めて行く略算式が提案されている[2]が、筆者らは理論式そのものから直接誘導する方法を採った。既報のように式(1)に $dP_t/dP=0$，すなわち $dR/dP=0$ を適用し、

$$\left.\begin{aligned} \frac{B^{2.666} g^2}{6.3493 M^{3.666} h^{2.666}} &= \frac{(3-\varepsilon)(4-3\varepsilon)}{(\varepsilon-1)^{1.666}(11-7\varepsilon)^{3.666}} = H_0 \\ P_{t\,min} &= \frac{\varepsilon(11-7\varepsilon)^{0.25}}{(\varepsilon-1)^{0.25}(3-\varepsilon)^{0.25}} \cdot \frac{g^{0.5}}{M^{0.25}} = Q_0 \cdot \frac{g^{0.5}}{M^{0.25}} \end{aligned}\right\} \quad \text{----(2)}$$

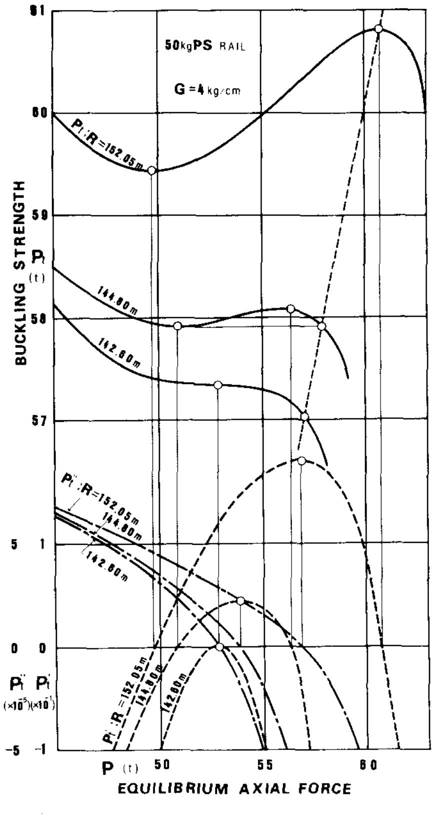
をえた。ここに，$B = 1/\alpha$，$M = 2\gamma/\alpha$，$P_{t\,min} = \varepsilon P$である。

上式のQ_0はεをパラメータとして、H_0すなわち軌道構造B，M，g，hにより一義的に決まる。Q_0とH_0との間には最小二乗法により、図−1のように次の関係がえられる。

$$H_0 = 3040.48 \cdot Q_0^{-19.336} \qquad (r = -0.998) \quad \text{----(3)}$$



図−1 Q_0とH_0の関係



図−2 座屈現象と張出現象の境界

上式と(2)とより、

$$Q_0=\Phi\cdot\frac{J^{0.0172}r^{0.1379}}{A^{0.0517}g^{0.1034}}\quad;\begin{cases}n=1\ ;\ \Phi=1.2617\\ n=2\ ;\ \Phi=1.3705\end{cases}$$

したがって$R=\infty$のときのP_{tmin}は(2)より、

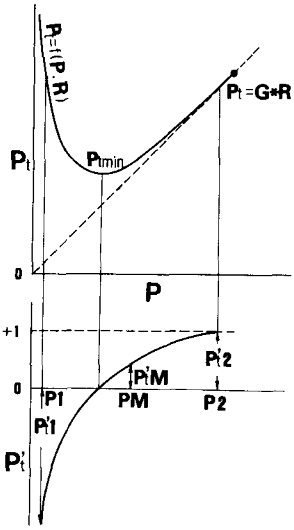
$$P_{tmin}=Q_0\frac{g^{0.5}}{M^{0.25}}=\psi\cdot J^{0.2672}A^{0.1928}g^{0.3966}r^{0.1379}\quad;\begin{cases}n=1\ ;\ \psi=2983\\ n=2\ ;\ \psi=2847\end{cases}\quad\cdots(4)$$

理論式(1)より、曲線軌道においては半径が小さくなると共に極小値と極大値が共存する。いま50kgレール,$g=4$kg/cmの場合について、(1)のP_t,P_t',P_t''を求めると図−2のようであり、座屈現象から張出現象に移行する曲線半径は$R=144.80$mにおいてであり,$R=152.02$mでは(1)の極値を満足し、かつ$P_t=P=gR_0$であるが、極大値をもつことになる。したがって先に筆者が(1)から求めた式は極小値ではないが,極めてその近傍にあり、簡潔に求められる唯一の結果式である。これをP_{tmin0}とすると,

$$P_{tmin0}=g^{0.5}/M^{0.25}=2437\,J^{0.25}A^{0.25}g^{0.5}\quad\cdots\cdots(5)$$

$R=\infty$の極小値は(4)の$n=1$で与えられるから、任意の曲線半径RにおけるP_{tmin}は,$1/R$でてい減される直線であると仮定すると、

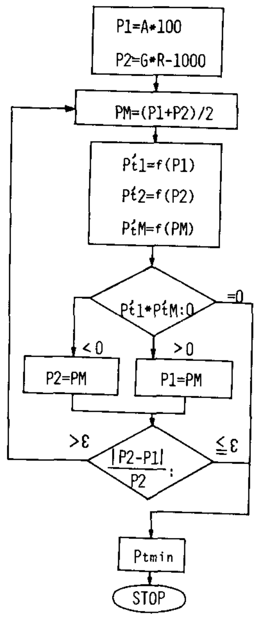
$$P_{tmin}=3282J^{0.2672}A^{0.1982}g^{0.5345}-\frac{1}{R}\left(7999146J^{0.5172}A^{0.4482}g^{0.0345}-5939690J^{0.5}A^{0.5}\right)\cdots(6)$$



図−3 2分法によるP_{tmin}

3. 厳密解

理論式(1)はPに関して極めて高次であるが、2分法によるコンピュータの収束計算により、図−3のように$P_t'=0$を与えるPを求め、これよりP_{tmin}を正確に求めることができる。このプログラムのフローは図−4のようである。



図−4 2分法のフロー

4. 簡略式の精度

(6)で与えられた簡略式は、前述のように曲線軌道の限界値近傍では,厳密には理論値を満足しない。いまその精度を検討するために、3種類のレールについて、厳密解と(6)式の略算値を求め、その誤差を求めると表−1のようである。

すなわち$n=1$,2共に直線軌道での座屈強さは、いかなる条件下でも誤差は1%以下であり,曲線軌道においても特殊の組合せを除けば,$R=400$m以上では誤差はすべて2%以下であり、工学上支障ないものと考える。

表−1 簡略式の精度(%)

Rail	g(kg/cm)	Straight	Curved Track R(m)					
			∞	1200	1000	800	600	400
60 kg	1	0.673	0.100	0.202	0.138	-0.028	-0.523	-2.775
	4	0.593	0.530	1.054	1.141	1.258	1.417	1.570
	9	0.376	0.658	1.163	1.256	1.391	1.602	1.962
50 kg PS	1	0.678	0.147	0.340	0.314	0.227	-0.074	-1.501
	4	0.565	0.555	1.055	1.141	1.261	1.434	1.658
	9	0.327	0.666	1.135	1.222	1.350	1.552	1.911
30 kg ASCE	1	0.675	0.257	0.562	0.595	0.623	0.609	0.277
	4	0.480	0.604	1.019	1.095	1.206	1.377	1.641
	9	0.187	0.675	1.040	1.110	1.214	1.382	1.698

[参考文献]

1)沼田実;ロングレールの座屈強さ;鉄道技術研究報告No.721,1970-8

2)佐藤吉彦他;60kgレールを含む各種レールの軌道座屈強さと座屈強さの略算式;鉄道技術研究報告No.759,1971-6