Ⅳ-62　都市内高速道路のランプ配置及び料金の決定

京都大学　工学部　正員　福山正治

Ⅰ．まえがき　高速道路上に発生する自然渋滞を解消するために種々の方策，又，制御方法が考えられている。本研究では，均一料金制（前払い原則）を採用している都市内高速道路を対象とし，自然渋滞防止を目的とする，ランプ配置及び高速道路料金を決定するモデルについて考察する。

Ⅱ．モデルの仮定　ネットワークは図-1に示すように，高速道路及び一般街路から成っており，図中，0－0′，1－1′，……は両者を結ぶ流入及び流出ランプである。モデルを簡単にするため，高速道路，一般街路共無限に続いているものとし，ランプ間隔，D，は一定と仮定しておく。高速道路及び一般街路での走行速度 V，v（$V>v$）は，交通量に依存するが，最初はこれらを一定として取り扱い，後に，流量，速度の関係を与え，各パラメーターの値を決定する。各トリップは，一般街路上に発生，集中し，高速道路を利用するには，高速道路料金，δ，を支払う。δ は高速道路，一般街路間を移動する際の費用も含み，時間の単位に換算されているものとする。以上のもとに，各ドライバーは，最小費用（時間）径路を選ぶと仮定する。

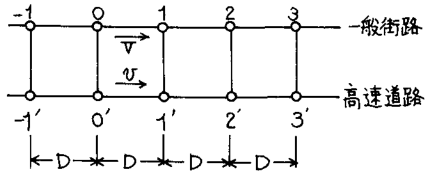

図-1

Ⅲ．トリップの配分　図-1中の点0を座標の原点に取り，トリップの発生点及び集中点の座標を x，y とする。ネットワークは，原点0に対して対称であるので，$x \le y$ として一般性を失わない。まず，$0 \le x < D$，$(k-1)D \le y < kD$，のトリップについて考える。トリップは，図-2に示すように5つのパターンに分けられる。すなわち

bbトリップ；発生点及び集中点でバックトラックを行なう。

bnトリップ；発生点でバックトラックを行ない，集中点ではそれを行なわない。

nbトリップ；集中点でバックトラックを行ない，発生点ではそれを行なわない。

nnトリップ；発生点，集中点でバックトラックを行なわない。

r　トリップ；一般街路のみでトリップを行なう。

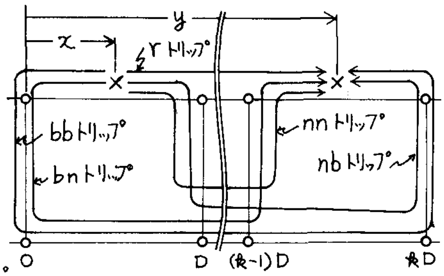

図-2

高速道路を利用するトリップのうち，発生地点でバックトラックを行なうのは，$x/v+D/V+\delta \le (D-x)/D+\delta$ が成立する場合である，すなわち，$x \le \frac{1}{2}(1-\frac{v}{V})D\ (\equiv \Delta)$。同様に，集中点においてバックトラックを行なうのは，$y \ge kD-\Delta$，が成立する場合である。従って，各トリップタイプの発生する領域は，bbトリップ；$0 \le x \le \Delta$，$kD-\Delta \le y < kD$，bnトリップ；$0 \le x < \Delta$，$(k-1)D \le y < kD-\Delta$，nbトリップ；$\Delta \le x < D$，$kD-\Delta \le y < kD$，nnトリップ；$\Delta \le x < D$，$(k-1)D \le y < kD-\Delta$，となる。次に高速道路を利用するトリップと利用しないトリップとの境界を求める。bbトリップ，rトリップの旅行費用（時間）を C_{bb}，C_r で表わすと，$C_{bb} \le C_r$，すなわち，$x/v+kD/V+(kD-y)/v+\delta \le (y-x)/v$，であれば，bbトリップを行なう。これは，$x+(kD-y) \le \frac{1}{2}(1-\frac{v}{V})kD-\frac{1}{2}v\delta$ …①，となる。ここで，$0 \le x < D$，$(k-1)D \le y < kD$，であることに注意すれば，式①の右辺が正であれば，bbトリップの発生する領域が存在する。今，式①の右辺を正とする最小の k を m とする。すなわち，$m=[v\delta/(1-v/V)D]+1$ であり，bbトリップは，$k \ge m$ の場合にのみ存在する。同様にして，rトリップに対する，bn，nbトリップの境界も，$x \le \frac{1}{2}(1-\frac{v}{V})(k-1)D-\frac{1}{2}v\delta$，$kD-y \le \frac{1}{2}(1-\frac{v}{V})(k-1)D-\frac{1}{2}v\delta$，と求まる。この2

つの不等式は，$k \geqq m+1$ の場合のみ領域を持つ。$n n$ トリップと，r トリップの境界は存在しない。以上の不等式で表わされる領域を $k=1, 2, \cdots$ についてx－y平面上に図示すれば，図-3中の $0 \leqq x < D$ の部分が得られる。また，ネットワークが周期Dで移動対称であることから，$x \leqq y$ のすべての点の配分が同様に求まり，図-3が描かれる。図中，実線は高速道路利用トリップと r トリップの境界を示し，破線は，バックトラックを行なうトリップと行なわないトリップとの境界である。図は $m=3$ の場合であり，$\lambda = \frac{m}{2}(1+\frac{v}{V})D + \frac{1}{2}v\delta$，$\mu = \frac{m+1}{2}(1+\frac{v}{V})D + \frac{1}{2}v\delta$，である。

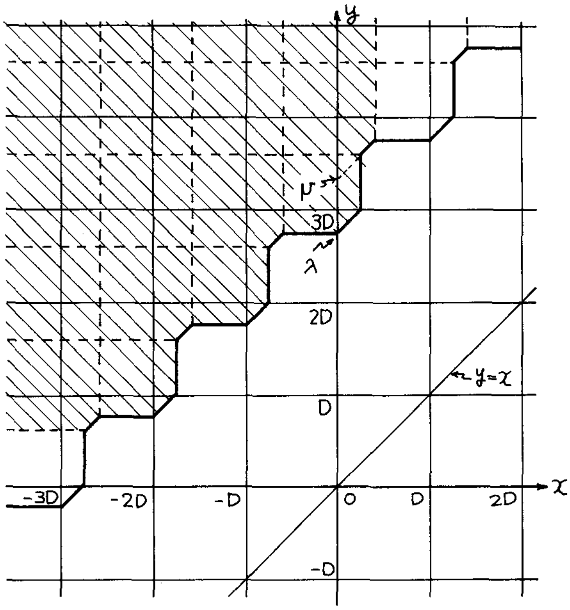

図-3

Ⅳ．交通量の計算及びその近似　区間 $o'i'$ を通過する交通量は，図-3中の斜線部分に分布しているトリップを合計したものである。区間 $(x, x+dx)$ に発生し，区間 $(y, y+dy)$ に集中するトリップの密度は一般に $\rho(x,y)\,dx\,dy$ と表わせるが，ここでは $\rho(x,y) = g(y-x)$ $(=g(H)$，ここに $H(=y-x)$ はトリップ長）と仮定する。この仮定により，高速道路上のすべての地点において交通量は等しくなり，$\bar{f}_1 = m\int_{\lambda}^{\mu}(H - m\frac{v}{V}D - v\delta)\,g(H)\,dH + \int_{\mu}^{\infty}(H - \frac{v}{V}D)\,g(H)\,dH$，と求まる。$\bar{f}_1$ は，$mD(1-\frac{v}{V}) = v\delta$ が成立する部分で不連続であるため，ここでは，D，δ の連続な関数となるように，$f_1 = \int_{\eta}^{\infty}(H - \frac{v}{V}D)\,g(H)\,dH$ で近似して，解析を続ける。ここに，$\eta = \frac{1}{2}(1+\frac{v}{V})D + v\delta/(1-\frac{v}{V})$ である。この近似によれば，f_1 は $D=0$，δ が $\delta=0$ で，$\bar{f}_1$ と一致し，$\bar{f}_1$ の不連続の部分では，不連続な2つの $\bar{f}_1$ の値の中間の値を取る。一般街路の交通量は，ランプ地点で最大の値を取り，ランプ中間地点で最小の値を取る。1つのランプ間隔内での平均を取り，かつ，上記と同様の近似を行なえば，一般街路の交通量は，$f_2 = F - f_1 + \frac{1}{2}(1-\frac{v}{V})^2\int_{\eta}^{\infty}g(H)\,dH$，と求まる。ここに，$F\,(=\int_0^{\infty}H\,g(H)\,dH)$ は，バックトラックトリップが存在しないとした場合の各断面の交通量であり，右辺の第3項は，バックトラックによって生じた交通量である。さらに，各ランプからの流入量も，$f_r = D\int_{\eta}^{\infty}g(H)\,dH$，と計算される。

Ⅴ．ランプ間隔及び料金の決定　高速道路上に渋滞を発生させないためには，$f_1 \leqq C$ …② となるD，δ を選べば良い。ここに，Cは高速道路の交通容量である。又，ランプからの流入量がその容量，C_r，を越えないためには，$f_r \leqq C_r$ …③ となる必要がある。ここで，走行速度と交通量の関係，$V = V(f_1)$，$v = v(f_2)$，の条件を加えると，D，δ が決定出来る。ここで，例として，$g(H) = (\rho/\bar{H})\exp(-H/\bar{H})$，（ここに $\bar{H}$ は平均トリップ長，ρ は単位長さあたりの交通発生密度）とし $C = 2$ 千台／時，$C_r = 500$ 台/時，V，v は交通量の2次関数で，それぞれの最高速度は100 km/時，40 km/時，一般街路の容量5Cとして，②式を等合で成立させるD，δ の関係を計算すると，図-4が得られる。図中 $\alpha = F/C$ で，破線部分は式③の条件を満さない部分である。図より，交通需要のレベル，α，が一定であればDとδの間には代替関係があることがわかる。

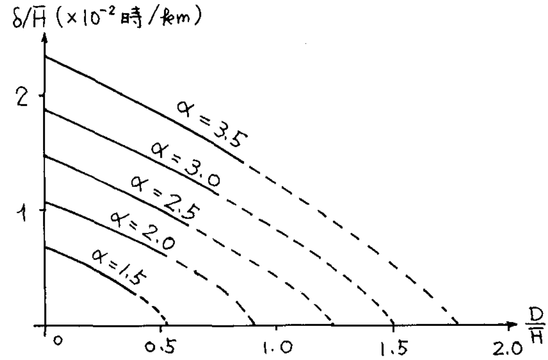

図-4