Ⅳ-34　サンプル誤差と交通量変動を考慮した道路網交通需要推計法

金沢大学　正　員　飯田恭敬
金沢大学　学生員　○高村義晴

1.　はじめに　　対象道路網内のOD交通量が標本調査ですでに与えられているとき，道路区間交通量の同時観測により新たにある時点のOD交通量推計するには，標本抽出と交通量変動にともなう両者の誤差を考慮しなければならない。本文では最尤推定法を応用した方法について述べるものである。ただし，OD別道路区間利用率は別に得られているとする。

2.　本研究の基本的な考え方　　推計時点のゾーンij間のトリップ数をT_{ij}，OD交通ijの道路区間kを利用する確率（OD別道路区間利用率）をP_{ij}^kとする。このとき，道路区間kの実測交通量をX_kとすれば，(1)式が成立しなければならない。

$$X_k = \sum_{ij} P_{ij}^k \cdot T_{ij} \qquad (k=1,2,\cdots l) \qquad (1)$$

この(1)式はT_{ij}に関する連立一次方程式となる。しかし，この連立一次方程式は式の数が不足するために，一意的に解くことは不可能であり，既存のOD表（t_{ij}）にもとづいて解くことを考えなければならない。本推計法は，推計OD交通量（T_{ij}）と既存OD交通量（t_{ij}）との関係を確率的に規定し，(1)式の連立一次方程式を満足するもののうちで最も確率的に起こり易いT_{ij}を求め，これを推計OD交通量とする考え方をする。

3.　既存OD交通量（t_{ij}）と推計OD交通量（T_{ij}）との関係　　既存のOD表（t_{ij}）は一般にサンプル調査により求められるため，サンプリング誤差（x_{ij}）を含んでいる。図-1に問題の分析に必要な諸量間の関係を示す。サンプル調査時点の真のOD交通量をt_{ij}^*，T_{ij}とt_{ij}^*のずれ（ODパターンの変動）をy_{ij}，またt_{ij}とT_{ij}のずれをz_{ij}とする。これらの関係を式で表現したのが(2)式である。

$$\begin{aligned} t_{ij}^* - t_{ij} &= x_{ij} \\ T_{ij} - t_{ij}^* &= y_{ij} \\ T_{ij} - t_{ij} &= z_{ij} \end{aligned} \qquad (2)$$

(2)式より，$z_{ij}=x_{ij}+y_{ij}$となり，T_{ij}とt_{ij}の関係はODパターンの変動分（y_{ij}）とサンプリング誤差（x_{ij}）を別々に確率的に規定し，その和としてのz_{ij}を求めれば求められる。

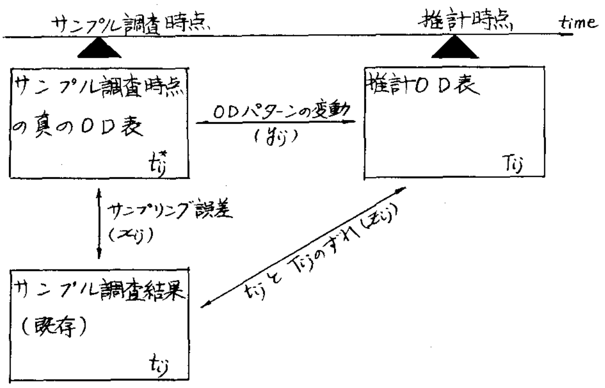

図-1.　T_{ij}とt_{ij}の関係

i)　サンプリング誤差（x_{ij}）　　サンプリング誤差x_{ij}の分布形は，ODペアijを有するトリップが抽出率P_{ij}で一様に偏りなくサンプリングされるという前提を設けることにより導くことができる。二項分布を正規分布で近似することにより，x_{ij}の確率密度関数$h(x_{ij})$はN（0，$(1-P_{ij})t_{ij}^*/P_{ij}$）に従うことが導かれる。

$$h(x_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{ij}} e^{-\frac{x_{ij}^2}{2\sigma_{ij}}} \qquad \sigma_{ij} = (1-P_{ij})\,t_{ij}^*/P_{ij} \qquad (3)$$

ii)　ODパターンの変動（y_{ij}）　　ODパターンの変動に関しては未知の部分が多く，ここでは次の仮説を設ける。――――仮説　ODペアijを有するOD交通量X_{ij}を同じ時間帯である期間観測すれば，

正規分布N(μ_{ij}, ρ_{ij}^2)で近似的に表わしてもよいと考えられる。―― X_{ij}がN(μ_{ij}, ρ_{ij}^2)に従うならば，サンプル調査時の真のOD交通量(t_{ij}^*)，推定OD交通量(T_{ij})も当然正規分布N(μ_{ij}, ρ_{ij}^2)に従うはずである。一般にT_{ij}とt_{ij}^*は独立としてよいから，正規分布の加法性によりy_{ij}($= T_{ij} - t_{ij}^*$)はN(0, $2\rho_{ij}^2$)で与えられる。

$$k(y_{ij}) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}\,\rho_{ij}} e^{-\frac{y_{ij}^2}{4\rho_{ij}^2}} \qquad (4)$$

4. 推計方法　x_{ij}(サンプリング誤差)，y_{ij}(ODパターンの変動)の分布形がわかると，これらは独立としてよいから，$z_{ij} = x_{ij} + y_{ij}$ の関係と正規分布の加法性によりz_{ij}の確率密度関数は正規分布N(0, $\sigma_{ij}^2 + 2\rho_{ij}^2$)で与えられる。

$$f(z_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{ij}^2+2\rho_{ij}^2)}} e^{-\frac{z_{ij}^2}{2(\sigma_{ij}^2+2\rho_{ij}^2)}} \qquad (5)$$

z_{ij}は($T_{ij} - t_{ij}$)であるから，推計OD交通量T_{ij}は$t_{ij}+z_{ij}$で与えられる。またt_{ij}は既知であるから，結局，本推計方法はz_{ij}を求めることに帰着される。すなわち，本推計問題は一種の修正問題であり，修正量がz_{ij}となっている，修正量$z_{11}, z_{12}, \cdots z_{nn}$が互いに独立であるとすれば，その生起する確率Pは同時確率として(6)式で表わされる。

$$P = \frac{dz_{11}}{\sqrt{2\pi(\sigma_{11}^2+2\rho_{11}^2)}} e^{-\frac{z_{11}^2}{2(\sigma_{11}^2+2\rho_{11}^2)}} \cdot \frac{dz_{12}}{\sqrt{2\pi(\sigma_{12}^2+2\rho_{12}^2)}} e^{-\frac{z_{12}^2}{2(\sigma_{12}^2+2\rho_{12}^2)}} \cdots\cdots \frac{dz_{nn}}{\sqrt{2\pi(\sigma_{nn}^2+2\rho_{nn}^2)}} e^{-\frac{z_{nn}^2}{2(\sigma_{nn}^2+2\rho_{nn}^2)}}$$
$$= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^{n^2}\sqrt{\sigma_{11}^2+2\rho_{11}^2}\cdots\sqrt{\sigma_{nn}^2+2\rho_{nn}^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z_{11}^2}{\sigma_{11}^2+2\rho_{11}^2}+\cdots+\frac{z_{nn}^2}{\sigma_{nn}^2+2\rho_{nn}^2}\right)} dz_{11}\cdot dz_{12}\cdots dz_{nn} \qquad (6)$$

最も生起確率が高いのは，Pが最大のときで，(6)式より次の条件を満たすものである。

$$\frac{z_{11}^2}{\sigma_{11}^2+2\rho_{11}^2} + \frac{z_{12}^2}{\sigma_{12}^2+2\rho_{12}^2} + \cdots\cdots + \frac{z_{nn}^2}{\sigma_{nn}^2+2\rho_{nn}^2} = \text{最小} \qquad (7)$$

$T_{ij} = t_{ij} + z_{ij}$の関係を(1)式に代入すると，

$$X_k = \sum_{ij} P_{ij}^k (t_{ij}+z_{ij}) \quad (k=1,2,\cdots,l) \qquad (8)$$

結局，本推計法は(8)式の条件式の下に(7)式の最小化問題を解き，修正量z_{ij}を求め，既知量(t_{ij})に加えて推計OD表(T_{ij})を得るものである。ただし，(7)・(8)式中のσ_{ij}^2, ρ_{ij}^2は次のようにして求めるものとする。

i) σ_{ij}^2　σ_{ij}^2は(3)式で$\sigma_{ij}^2 = (1-R_{ij})\, t_{ij}^*/R_{ij}$で与えられ，$R_{ij}$は抽出率であるので既知量であるが，$t_{ij}^*$はサンプリング調査時の真のOD交通量であるから，未知である。そこでt_{ij}^*をサンプル調査結果であるt_{ij}で近似し，(9)式でσ_{ij}^2を求める。

$$\sigma_{ij}^2 = (1-R_{ij})\, t_{ij}/R_{ij} \qquad (9)$$

ii) ρ_{ij}^2　先ほどの仮説でOD交通量X_{ij}が正規分布N(μ_{ij}, ρ_{ij}^2)に従うとした。平均値μ_{ij}と分散ρ_{ij}^2の関係を次のように考える。ノードiからノードjへの交通需要X_{ij}が，パラメータλのポアソン過程に従って生じ，λが不変であるとすれば，$\mu_{ij} = \rho_{ij}^2$の関係を導き出すことができる。本推計では，μ_{ij}を既存値(t_{ij})で近似し，ρ_{ij}^2を$\rho_{ij}^2 = \alpha t_{ij}^\beta$で表わすことにする。ここでα，βはパラメータである。実際に計算してみると，αの大きさを変えても推計精度は，ほとんど変化しないことから実用的にはα＝1としてよい。βについても何らかの方法で決定し得ない場合は，ポアソン過程とした場合のβ＝1を採用すればよい。

5. あとがき　本推計法では，ODパターンの変動(y_{ij})，サンプリング誤差(x_{ij})を考慮しており，既存OD交通量を利用するという点に特徴をもつ。また上に述べた推計法では，2つのことを仮定している。i) OD交通需要$X_{11}, X_{12}, \cdots X_{nn}$は，それぞれ独立に変動する。　ii) OD交通需要X_{ij}がN(μ_{ij}, $\alpha\mu_{ij}^\beta$)に従う。i)については，$X_{11}, X_{12}, \cdots X_{nn}$間の変動に何らかの法則性が認められれば，(6)式で示した同時確率を法則性に立脚した形で表現することにより，本推計法を発展させることが可能である。ii)については，X_{ij}の変動特性についての今後の研究が必要である。

参考文献　井上博司：スクリーンライン調査によるOD調査の精度の検定およびOD表の修正法(交通工学 Vol.12 No.6 1977)
飯田恭敬：サンプル交通調査と実測道路区間交通量による道路網交通需要推計法(交通工学 Vol.13 増刊号 1978)