

岐阜大学工学部 正員 宇野 尚 雄
大日本土木(株) 新井 博

透水・地下水問題の差分式解法では、基礎式に含まれる透水係数がオーダー的に激変するので、差分式を構成する際に物理的意味を失わないような配慮が必要であることを指摘してきたが、^{1), 2)} 今回は簡単な準一次元地下水流の例について陰解法と陽解法で図-1の6種類の分割法に対して計算し、差分法の安定性と計算精度も考慮して分割法や時間さきみについても検討した。透水量係数 T 、貯留係数 S 、水位 h とすると基本式は次式で与える。

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (T_x \frac{\partial h}{\partial x}) + W \quad \dots (1), \quad W: \text{補給項} \quad \text{式(1)をB法によって}^{1), 2)} \text{展開すると}$$

$$-A h_{i-1}^{k+1} + B h_i^{k+1} - C h_{i+1}^{k+1} = A h_{i-1}^k + D h_i^k + C h_{i+1}^k + W_i^k \Delta t / S_i^k \quad \dots (2)$$

$$\text{ここに } A = T_{x i-1} \Delta t / [S_i^k \Delta x_1 (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i)], \quad C = T_{x i} \Delta t / [S_i^k \Delta x_2 (\Delta x_i + \Delta x_{i+1})], \quad B = 1 + A + C, \quad D = 1 - A - C \quad \dots (3)$$

$$\text{この陰解法に対して陽解法は次式で与えられる。} \quad h_i^{k+1} = A_0 h_{i-1}^k + D_0 h_i^k + C_0 h_{i+1}^k + W_i^k \Delta t / S_i^k \quad \dots (4)$$

$$\text{ここに } A_0 = 2A, \quad C_0 = 2C, \quad D_0 = 2D - 1 \quad \dots (5) \quad \text{これらに対して Von Neumann の方法により収束性を調べると、陰解法では } Y \equiv A(1 - \cos \psi_i) + C(1 - \cos \psi_{i+1}) \geq 0 \quad \dots (6), \quad \text{ここに } \psi_i = (\frac{\pi}{2}) \Delta x_i, \quad n: \text{整数}$$

となり、A法の場合^{1), 2)} 式(6)を満足しないことも生ずるが、物理的意味の明確なB法の式(2)では常に満足される。陽解法に対しては $N^2 + Y \geq Y \leq 0 \quad \dots (7)$ なら $N = C \sin \psi_i - A \sin \psi_{i-1}$, Y は式(6)に同じ。

で表わされる。図-1(a)の準一次元流に $h(0, t) = 10 \text{ cm}$ (定上昇), $h(500 \text{ m}, t) = 0$ の境界条件を与えて計算により得られたものの一部を図-2, 3, 4に示した。結論として、

(1) 透水量係数が場所的に変化する問題では式(2)の差分式が基本となる必要がある。(2) 陽解法でもかなりの精度があるが(図4)、細分割する必要があるときには(図-2)、 Δt に制約が式(7)のようにつくので陰解法が有利となる。その際の Δt はおおよそ平衡状態に達する時間の300分の1くらいが一つの目安となる。³⁾

文献 1) 第1報, 第30回年講, III-233, 1975, 2) 第3報, 第32回年講, III-33, 1977, 3) 宇野・新井: 土木学会論文報告書投稿中。

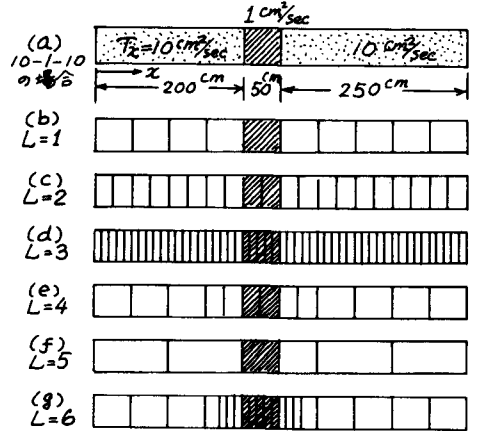


図-1 対象領域と6種類の分割

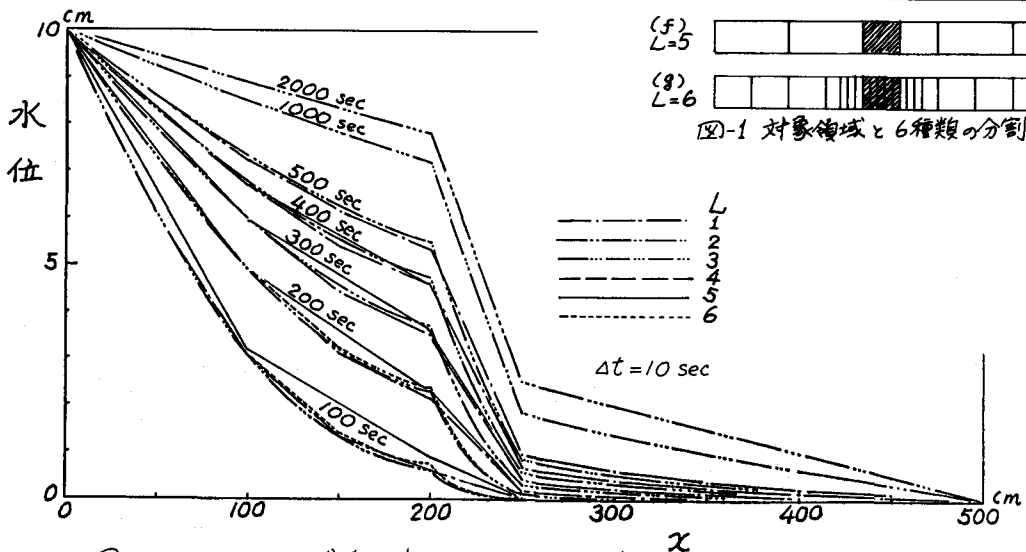


図-2 10-1-10 の場合の水面形の時間的变化 (陰解法)

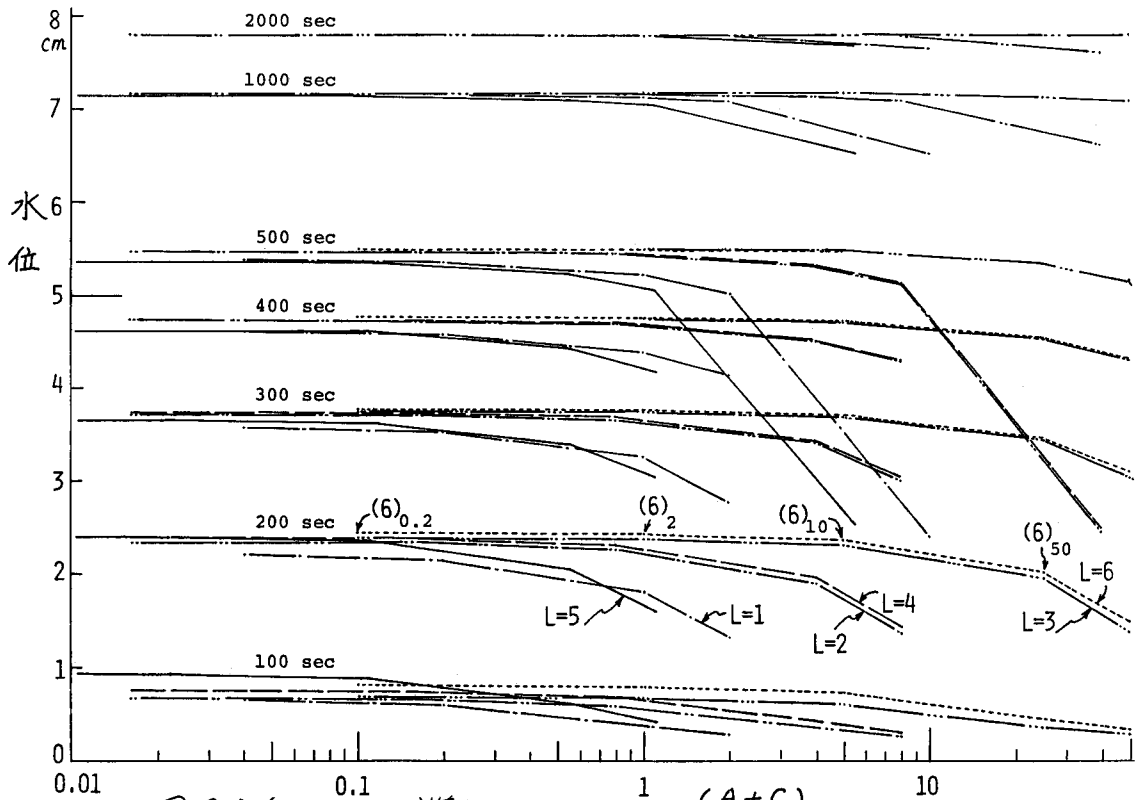


図-3 $(A+C)_{max}$ の計算水位 ($x=200\text{ cm}$) に及ぼす影響 (陰解法)

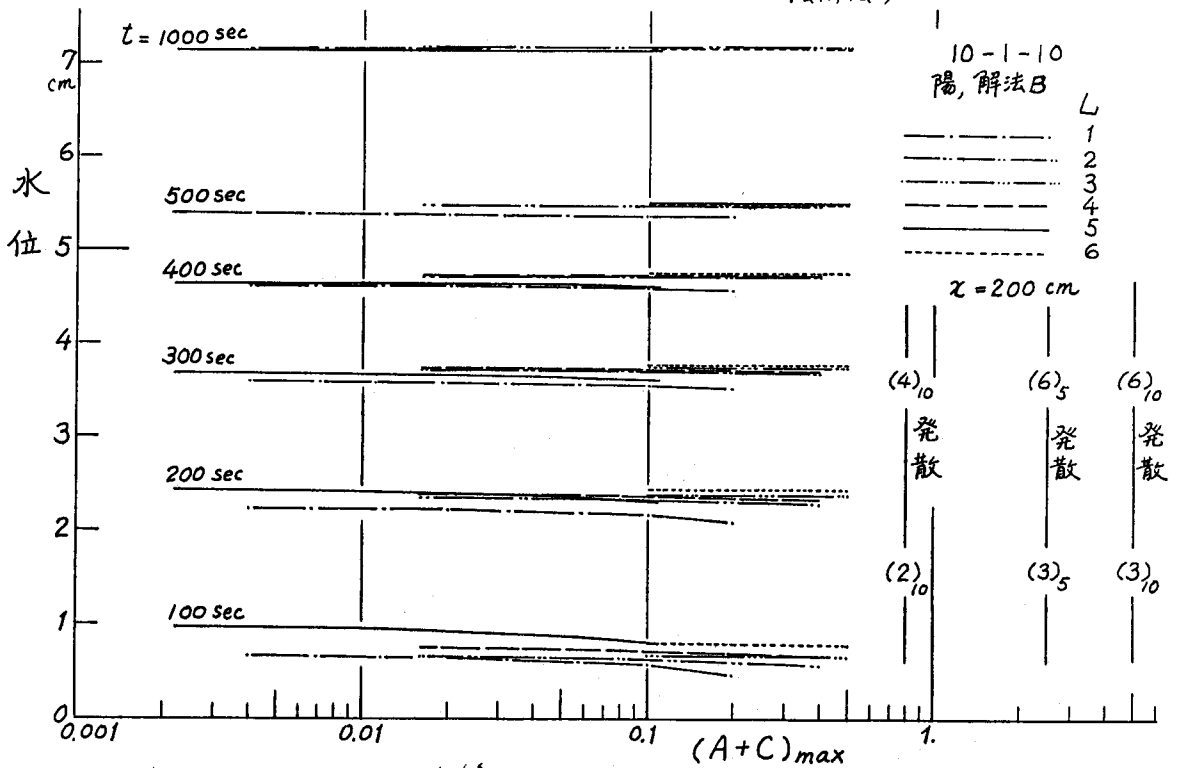


図-4 $(A+C)_{max}$ の計算水位 ($x=200\text{ cm}$) に及ぼす影響 (陽解法)