

日本電信電話公社茨城電気通信研究所 正会員 田中邦男

同 同 山川喜弘

同 同 小林英夫

1. まえがき

電電公社では、最近の道路交通事情、地下埋設物の転移、工事公害などに対処するため、通信用管路をトンネル工法で施工する小断面シールド工法の開発を行い、さきに M-1 工法を完成させ、現在、500m までの自動制御による掘進が可能な M-2 工法の研究を進めている。この M-2 工法においては、曲率半径が 200m 以上の曲線布設工程の混在に対応できる精度が必要となること、および M-2 機が、シールド機部、パワーユニット部、ライニング機構部よりなっており、機長が長く、かつ、シールドジャッキ以外に推進ジャッキを有しているため、各部挙動間の交互作用が存在すること、等により、累積誤差の把握が重要な問題となってくる。このため、本文では、M-2 機各部挙動の運動性を考慮し、平均効果を表わす操作要素、反応要素を設け、これらを組み合わせた掘進状態方程式を導入して、合理化を図った。これより、確率的に掘進状態が表示され、この掘進状態方程式がもたらす多段過程がケイツの標準的問題となっていることから、最大原理を適用して操作変数を定め、操作時に生ずる誤差の一考察を行った。

2. 掘進状態方程式の導入と一般解

M-2 機の 1 サイクルの掘進工程は、はじめに、カッタによる前面地山の掘削排土を行ないながらシールドジャッキによりシールド機部を前進させ、続いてシールド機部の軌跡に追従するように推進ジャッキによりパワーユニット部およびライニング機構部を推進させる順序となる。この掘進工程を幾何学的にみれば、シールド機部が掘削し形作った、シールド機部の動きによる包絡面の中を、パワーユニット部、ライニング機構部が滑り込む過程であり、また、力学的にみれば、地山反力と重力の場におけるシールド・推進各ジャッキ操作の主効果と、これにもとづき生ずるシールド機各部間の相互反応効果とによって進行する、シールド機の遷移過程とすることができ。

このようなシールド機の掘進過程を、確率の場として、とらえた場合、外的、内的な条件によって定まる平均値としての操作要素および反応要素を考えることができる。すなわち、地盤抵抗係数、掘進計画線の曲率、等の外的条件、およびシールド機諸元、掘進・推進方式、等の内的条件に応じて、平均的な一定値をもつ操作要素、反応要素が定まり、平均的掘進状態が表示され、これにばらつきが加わって、M-2 機の掘進過程が進行するものと推測される。この状態を、第 1 サイクル目の小掘進工程に適用すると、図 1 のシールド機を構成する P, U, Q 部の中で重要な P, Q 部に対応する、姿勢角変化量 (図 2) の平均値 $E(\Delta\omega_{piT} \Delta\omega_{pi})$ 、 $E(\Delta\omega_{qit} \Delta\omega_{qi})$ は、式 (1) の構成要素で組み立てられる。

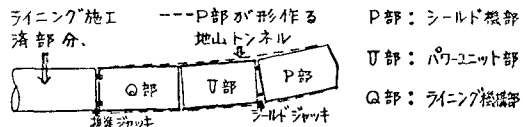
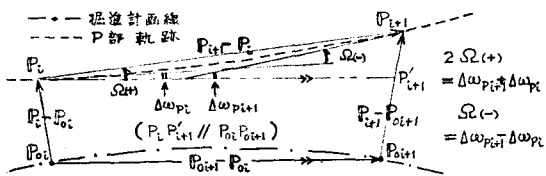


図 1. M-2 機各部の名称、等



$$\text{変位式: } |P_{it} - P_{i+1}| - |P_t - P_{i+1}| \approx |P_{it} - P_t| \times \Omega (+)$$

図 2. P部掘進位置のベクトル表示

$$\left. \begin{aligned} \text{P部側: } E(\Delta\omega_{piT} \Delta\omega_{pi}) &= f_{pi} + g_{pi} + e_{pi} + K_{pi} f_{ai} \\ \text{Q部側: } E(\Delta\omega_{qit} \Delta\omega_{qi}) &= f_{qi} + g_{qi} + e_{qi} + K_{qi} f_{pi} \end{aligned} \right\} (1)$$

$f_{pi}(f_{ai})$: シールド(掘削)ジャッキ操作にもとづく、P(Q)部の平均効果、
 $e_{pi}(e_{qi})$: $f_{pi}(f_{ai})$ により、P(Q)部がQ(P)部側から受ける反力の平均効果、
 $K_{pi} f_{ai}(K_{qi} f_{pi})$: $f_{ai}(f_{pi})$ により、P(Q)部がQ(P)部側から受ける推力の平均効果、
 $g_{pi}(g_{qi})$: 重力が、P(Q)部に与える平均効果、

通常、U, Q部はP部に追従して推進するわけであり、U, Q部の推進方向の自由度が、P部が作り出す地山トンネルの方向によって規制されるため、P部の制御が主体となる、ことが言える。これより、P部の掘進状態方程式を代表させて

考察することとし、平均値 $E(\Delta\omega_{pi+1}\Delta\omega_{pi})$ に誤差 $\delta\omega_{pi}$ を加え、ヨ一、ピツチ角 ψ_i 別別に式(2)で表わす。また、この差分式の解 ψ_i によって組み立てられる図2中の変位式を、同様にヨ一、ピツチ側変位 $x_{pi}-x_{poi}$, $z_{pi}-z_{poi}$ に誤差 δx_{pi} , δz_{pi} を加え、式(3)で表わす。式(2),(3)より、確率的振盪状態方程式が式(4)のように定まる。式(2),(4)を連立させて解くと、初期条件 $x_{p0}-x_{poi0}$, $\Delta\psi_{p0}$, $z_{p0}-z_{poi0}$, $\Delta\theta_{p0}$ のもとでの、 n サイクルの振盪終了後における離隔距離 $x_{pn}-x_{pon}$, $z_{pn}-z_{pon}$ が求まる。例えば、初期条件を、変位、姿勢角とも零、ストローク長 l_i を平均値 l_0 , 誤差 δl_i とする場合、式(5)となる。

$$\left. \begin{aligned} \text{ヨ一側: } \Delta\psi_{pi}-\Delta\psi_{pi-1} &= f_{pi}+e_{pi}+K_{pi}\cdot f_{ai}+\delta\psi_{pi} \\ \text{ピツチ側: } \Delta\theta_{pi}-\Delta\theta_{pi-1} &= f_{pi}+g_{pi}+e_{pi}+K_{pi}\cdot f_{ai}+\delta\theta_{pi} \end{aligned} \right\} (2) \quad \left. \begin{aligned} (x_{pi}-x_{poi})-(x_{pi-1}-x_{poi-1}) &= \frac{l_i}{2}(\Delta\psi_{pi}+\Delta\psi_{pi-1})+\delta x_{pi} \\ (z_{pi}-z_{poi})-(z_{pi-1}-z_{poi-1}) &= \frac{l_i}{2}(\Delta\theta_{pi}+\Delta\theta_{pi-1})+\delta z_{pi} \end{aligned} \right\} (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ヨ一側: } x_{pi}-x_{poi} &= x_{pi-1}-x_{poi-1}+\frac{l_i}{2}(2\Delta\psi_{pi-1}+f_{pi}+e_{pi}+K_{pi}\cdot f_{ai}+\delta\psi_{pi})+\delta x_{pi} = F_{xi}(x_{pi-1}-x_{poi-1}, f_{pi}, f_{ai}) \\ \text{ピツチ側: } z_{pi}-z_{poi} &= z_{pi-1}-z_{poi-1}+\frac{l_i}{2}(2\Delta\theta_{pi-1}+f_{pi}+g_{pi}+e_{pi}+K_{pi}\cdot f_{ai}+\delta\theta_{pi})+\delta z_{pi} = F_{zi}(z_{pi-1}-z_{poi-1}, f_{pi}, f_{ai}) \end{aligned} \right\} (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ヨ一側: } x_{pn}-x_{pon} &= \frac{l_0}{2} \sum_{j=1}^n (2n-2j+1)(f_{pj}+e_{pj}+K_{pj}\cdot f_{aj}+\delta\psi_{pj}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (f_{pj}+e_{pj}+K_{pj}\cdot f_{aj}) \cdot (2 \sum_{i=j}^n \delta l_{pi}-\delta l_{pj}) + \sum_{i=1}^n \delta x_{pi} \\ \text{ピツチ側: } z_{pn}-z_{pon} &= \frac{l_0}{2} \sum_{j=1}^n (2n-2j+1)(f_{pj}+g_{pj}+e_{pj}+K_{pj}\cdot f_{aj}+\delta\theta_{pj}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (f_{pj}+g_{pj}+e_{pj}+K_{pj}\cdot f_{aj}) \cdot (2 \sum_{i=j}^n \delta l_{pi}-\delta l_{pj}) + \sum_{i=1}^n \delta z_{pi} \end{aligned} \right\} (5)$$

3、最適操作時に生ずる誤差の一考察

式(5)より、振盪距離が長く n が大となる場合、離隔距離は、ジャッキ操作要素 f_{pi} , f_{ai} の値にもとづき、大きく変動することが予想され、 f_{pi} , f_{ai} の決定が重要な問題となってくる。この式(4)の振盪状態方程式で表示される振盪過程は、ケイツの標準的向題^{*}としてそのまま把握でき、ポントリヤーギンの最大原理を不連続系に拡大した形で最適操作要素を定めることが可能である。すなわち、 n サイクル目の振盪におけるヨ一、ピツチ側の4個の操作要素をまとめて操作ベクトル $\bar{u}_i^v$ で表わし、また、ヨ一、ピツチ側の離隔距離をまとめて状態ベクトル $(x-x_0)_i^v$ で示して、 $v=1, 2$ でヨ一、ピツチ側を表わすものとする、式(4)は式(6)で表示され、ケイツの標準的問題における代表的な差分式が得られる。この状態方程式と初期条件 $(x-x_0)_0^v=0$ とを適用し、「評価関数 $J=|x-x_0|_n^v$ を最小にするためには各サイクルにおける操作要素 $\bar{u}_i^v$ をいかに定めればよいか」との問題の解を求めればよい。これには、式(7)を満足するような補助ベクトル ψ_i^v を用いて、ハミルトン関数 $H_i((x-x_0)_{i-1}, f_i, \psi_i^v) = \sum_{v=1}^2 \psi_i^v F_v((x-x_0)_{i-1}, f_i)$ を作り、この H_n について、 $H_n \rightarrow \min$ を満足する最適解を算定すればよい。したがって、本例で、シールド機部が各サイクルごとに最適軌道からはずれないような操作ができ得る場合には、式(7)によって $\psi_i^v=1$ となり、 $H_n \rightarrow \min$ は、 $F \rightarrow \min$ となつて、最適操作要素 $\bar{f}_{pi}$, $\bar{f}_{ai}$ に関する式(8)が求められる。

$$(x-x_0)_i^v = F_v((x-x_0)_{i-1}, f_i), \quad i=1, \dots, n, \quad v=1, \dots, 2, \quad (6)$$

$$(x-x_0)_i^v = \frac{\partial H_i}{\partial \psi_i^v}, \quad \psi_{i-1}^v = \frac{\partial H_i}{\partial (x-x_0)_{i-1}^v}, \quad \text{ " " " " } (7)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ヨ一側: } \bar{f}_{pi}+K_{pi}\bar{f}_{ai} &= \frac{2(x_{poi}-x_{pi})}{l_i} - (2\Delta\psi_{pi-1}+e_{pi}) \\ \text{ピツチ側: } \bar{f}_{pi}+K_{pi}\bar{f}_{ai} &= \frac{2(z_{poi}-z_{pi})}{l_i} - (2\Delta\theta_{pi-1}+g_{pi}+e_{pi}) \end{aligned} \right\} (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ヨ一側: } x_{pi}-x_{poi} &= \frac{1}{2} l_i \cdot \delta\psi_{pi} + \delta x_{pi} \\ \text{ピツチ側: } z_{pi}-z_{poi} &= \frac{1}{2} l_i \cdot \delta\theta_{pi} + \delta z_{pi} \end{aligned} \right\} (9)$$

$$\frac{V(x_{pi})}{V(z_{pi})} = \frac{l_i^2}{4} \frac{\sigma_{\psi 0}^2 + \sigma_{x 3}^2}{\sigma_{\psi 0}^2} (10), \quad \frac{\sigma_{\psi 0}^2}{(2\sigma_m/K)^2} + \frac{\sigma_{x 3}^2}{(\sigma_m/K)^2} \leq 1 \quad (11)$$

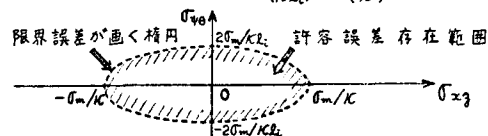


図3. 許容誤差の範囲

この最適操作要素 $\bar{f}_{pi}$, $\bar{f}_{ai}$ にもとづいて n サイクル目の振盪を行う場合、式(4)の振盪状態方程式は、式(9)のような簡単な形式で表示される。式(9)右辺の誤差項 $\delta\psi_{pi}$, $\delta\theta_{pi}$, δx_{pi} , δz_{pi} が正規分布 $N(0, \sigma_{\psi 0}^2)$, $N(0, \sigma_{x 3}^2)$ に従っているものと仮定すると、離隔距離 $x_{pi}-x_{poi}$, $z_{pi}-z_{poi}$ に対する分散 $V(x_{pi})$, $V(z_{pi})$ は、式(10)のように算定される。これより、ばらつきの限界を σ_m で表わすと、許容誤差の範囲は、式(11), すなわち図3の楕円内部で表示され、確率 K に対応する $\sigma_{x 3}$, $\sigma_{\psi 0}$ 軸サイドでの限界誤差は、 σ_m/K および $2\sigma_m/Kl_i$ で示されることが言える。

4、あとがき

振盪状態方程式を構成する各要素の具体的な分析および三次元問題としての一般的な最適制御理論について、今後検討を進める予定である。

* S. Katz: A discrete version of Pontryagin's maximum principle, J. Electronics and Control, Vol.13-2, 1962-8