

関西大学工学部 正会員 ○谷口敬一郎
 関西大学工学部 正会員 井上 啓司

1. まえがき

物質の熱的定数を求めるのはかなり面倒な測定とかなりな時間を要する。対象が土地などのように広がりをもった複合体である場合には、測定技術そのものが非常に困難となる。また、土地の一部を試料としてをちのえり室内実験によって求めた結果は、実際の問題とはかなりかけ離れた値となることが多い。地盤の凍結工法や電力線の埋設などの問題に関しては、土地の熱的諸性質が基本となるが、従来からこの測定法についての確立した結論が得られているわけではない。

この報告では、熱伝導の過渡的現象から標準曲線を利用して土地の熱的諸性質を求める方法と考察したので、以下に説明することとする。

2. 無限媒質内における温度

均質等方な無限媒質内における非定常熱伝導の基礎微分方程式はつぎの式で与えられる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \kappa \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

ここに、 θ ; 温度 ($^{\circ}\text{C}$)、 t ; 時間、 κ ; 温度伝導率 ($^{\circ}\text{C}/\text{m}^2$) で、 $\kappa = K/(\rho \cdot C)$ — (2)

の関係がある。ただし、 K ; 熱伝導率 ($\text{kcal}/\text{m} \cdot \text{h} \cdot ^{\circ}\text{C}$)、 ρ ; 密度 (kg/m^3)、 C ; 比熱 ($\text{kcal}/\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$) である。

この解は、 $\theta = \frac{1}{(2\sqrt{\pi\kappa t})^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta, \zeta) e^{-\frac{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}{4\kappa t}} d\xi d\eta d\zeta$ — (3)

で与えられ、 $f(\xi, \eta, \zeta)$ は初期条件によって定まる。

いま、原点に強さ I の点熱源が瞬時的に印加された場合を考えると、

$$\theta = (I/(2\sqrt{\pi\kappa t})^3) \exp(-r^2/4\kappa t) \quad (4)$$

となり、また、熱源が線状で単位長当りの強さが i であるとすれば、

$$\theta = (i/4\pi\kappa t) \exp(-r^2/4\kappa t) \quad (5)$$

となる。ただし、 $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ である。

単位長当りの熱源の強さが時間の関数 $i(\tau)$ で表わされるような連続線熱源の場合は、

$$\theta = \frac{i}{4\pi\kappa} \int_0^t e^{-r^2/4\kappa(t-\tau)} \frac{d\tau}{t-\tau} \quad (6)$$

で与えられる。ここで、 $r^2/4\kappa(t-\tau) = \lambda$ とおけば、 $\theta = \frac{i}{4\pi\kappa} \int_0^{\infty} \frac{1}{r^2/4\kappa t} (e^{-\lambda}/\lambda) d\lambda$ となり、この積分は指数積分で、 $r^2/4\kappa t = x$ — (7) とすれば、

$$\theta = (i/4\pi\kappa) [-E_i(-x)] \quad (8)$$

と書かれる。ここに E_i はつぎのような無限級数で、 $\delta^2 = 0.5772$ (Euler の定数) である。

$$E_i(-x) = \delta^2 + \log x - (x/1!1) + (x^2/2!2) - (x^3/3!3) + \dots \quad (9)$$

3. 標準曲線法

線状の熱源において、単位長さ、単位時間あたりの加熱量を、 q kcal とすれば、 $q = i\rho C$ の関係から、

$$\theta = (q/4\pi K) [-E_i(-x)] \quad (10)$$

で表わされる。x が小さければ、式(9)の第3項以下を省略して、

$$\theta \approx (q/4\pi K) (-\delta^2 - \log x) = q(\log t - B)/4\pi K \quad (11)$$

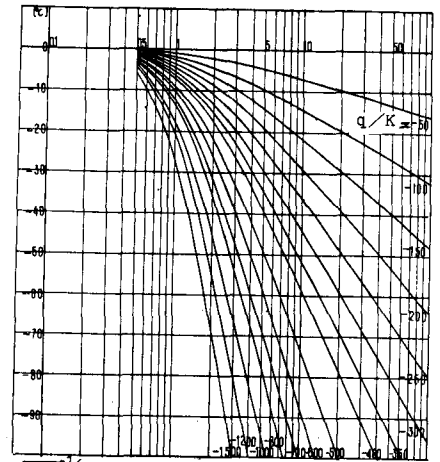
と書くことができる。ただし、 B は定数である。この式は連続的線状熱源を用いた場合、熱源の近傍または十分に時間を経過すれば、温度 θ が時間 t の対数に比例して変化すること示している。

いま、発熱開始後 t_1 および t_2 における温度をそれぞれ θ_1 、 θ_2 とすれば、

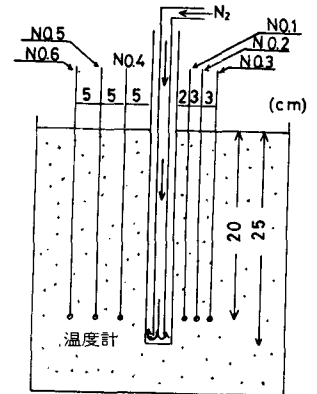
$$K = \frac{q \log(t_2 - t_1)}{4\pi(\theta_2 - \theta_1)} \quad (12)$$

となる。MasonとKurtzは上式によって土地の熱伝導率を測定する方法とTransient Methodと名づけた。この方法は熱の定常状態から求める方法に較べて、時間は短かくてすむが、熱源のごく近傍の値を示すのみで、 r が大きいと式(11)の近似が成り立たなくなる。

時間の短縮とはいつて、ここも熱源からの距離が大きくなつても精度を高めるためには、式(10)から、 θ を K と x の関数として計算し、あらかじめ標準曲線を作っておけば便利である。第1図は凍結工法を想定して縦軸に θ の温度、横軸に $1/x$ をとって、 q/K の種々の値に対する計算結果を片対数グラフに表わしたものである。測定の結果と同じ目盛りで縦軸に温度、横軸に時間 t とつて、曲線にえがき、標準曲線と重ね合わせて一致する曲線と選びだす。この曲線の q/K の値から K 、標準曲線の $1/x$ の点から時間 t から、 $\alpha = r^2/4t$ によって α の値が得られる。



第1図 標準曲線（連続線熱源）



第2図 実験装置

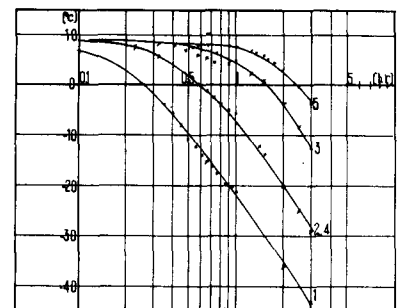
4. 実験

試料には中粒の海砂を用い、第2図に示されるように、ポリ容器に厚さ約3.5cm、飽和状態で詰め、中央に2重管式の液体チツソによる冷却法を採用した。温度計はサーミスタ型抵抗温度計で図のように配置した。第3図は測定の結果を図示したもので、この曲線と標準曲線とを重ね合わせると、NO.1の測定は $q/K = -300$ の線と一致し、NO.2は-400、NO.3は-600、NO.4は-400、NO.5は-700にそれぞれ合致する。このときの標準曲線における $1/x = 1$ の点から α の値と求める。 q に関しては、使用した液体チツソ量と排水したチツソガスの温度とより、その差として求めた。表はこれらの諸値をまとめたものである。

冷却管から2cmの位置にあるNO.1の値は他の諸値に較べるとかなり小さい値を示しているが、これは銅管周囲の不規則性または位置の誤差によるものと思われる。NO.2～5(5～10cm)は K と α にかなり一致した値を示している。以上の実験は3時間の観測にとどめたが、もしかりに、熱の平衡状態から K を求めようとするは、1,000時間程度が必要と試算された。

5. おまけ

土地の熱的性質を測定するためには、熱源自体の影響を避けるために、ある程度離れた位置で観測することが望ましいが、このような場合、標準曲線法を用いれば、観測時間と短縮して K と精度の良い結果を求めうることが明らかにされた。



第3図 実験結果

No.	r (m)	q/K	α ($m^2/h \times 10^3$)	K ($Kcal/m \cdot h \cdot ^\circ C$)
1	0.02	-300	2.50	1.30
2	0.05	-400	3.47	1.81
3	0.08	6600	4.00	2.08
4	0.05	-400	3.47	1.81
5	0.10	-700	3.85	2.00