

名古屋大学 学生会員 上野 誠

1. はじめに 従来の信頼性設計法は主として盛土を対象としたものであるため、破壊は建設時点だけを考えたばかり、時間というファクターを設計システムの中に導入する必要はなかった。しかし、豪雨、台風、地震などの自然現象に抵抗する構造物には、建設以後にどの程度の外力がどのような確率でいつ生じするかということが、経済的評価の上で非常に重要となる。また、構造物の寿命を考えたとき、その期間内に発生する外力の時間的分布の推定も必要である。そこで、本報告では外力の生起時間の予測および構造物の耐用期間を考慮し、将来に予想される破壊の影響をも評価しうる経済的評価モデルを用いた信頼性設計法の内容を紹介する。

2. 外力の生起時間の分布 一般に、地震や洪水のように発生がまれな事象の過程を表わすモデルとしてはポアソン過程が用いられる。これは、事象の生起が時間的に独立であると仮定しても差しつかえないからである。豪雨、地震などの外力を独立な過程であると仮定し、外力の発生時間間隔をポアソン過程のモデルで表わそう。ベンジャミンは、地震の発生をポアソン過程と考へて、過去 m_0 年間 n_0 回発生した地震が平均発生率 λ のポアソン分布に従うことにより、母数 λ のもとでのデータ m_0 の分布を式で表わした。

$$p(\lambda | m_0, t_0) = (\lambda t_0)^{m_0} e^{-\lambda t_0} / m_0! \quad (1)$$

母数 λ に関する事前情報がないため、 $[0, +\infty)$ での最尤値法による分布を仮定し(1)式で表わされる情報が得られたときの母数 λ の推定分布(事後分布)をバイズの定理を用いて修正すれば次のようになる。

$$p(\lambda | m_0, t_0) = \lambda^{m_0} t_0^{m_0+1} e^{-\lambda t_0} / m_0! \quad (2)$$

外力間の時間間隔は、外力の過程がポアソン過程のとき指数分布に従うことが一般に知られている。実際には、構造物の耐用期間内に発生する外力の数 k 回だけでなく、複数回に及ぶものとも考える方が妥当だから、外力が k 回発生する時間間隔 T_k を考える。外力の生起がポアソン過程のとき、 k 回外力が発生するまでの時間間隔はガンマ分布($k=1$ のとき指数分布)に従うことから、 T_k の確率密度関数 $f_k(t)$ は次のようになる。

$$f_k(t) = \lambda (\lambda t)^{k-1} e^{-\lambda t} / (k-1)! \quad (3)$$

(2)、(3)式より過去のデータ (m_0, t_0) が与えられたときの T_k の確率密度関数 $f_k(t | m_0, t_0)$ は次式となる。

$$f_k(t | m_0, t_0) = \int_0^{\infty} p(\lambda | m_0, t_0) \cdot f_k(t) d\lambda = \frac{(m_0 + k)!}{m_0! (k-1)!} \frac{t^{k-1} t_0^{m_0+1}}{(t+t_0)^{m_0+k+1}} \quad (4)$$

3. 耐用期間を考慮した信頼性設計法 前述のような将来に発生が予測される外力による破壊を考慮した信頼性設計法では、将来のコスト、便益を現時点に換算して評価することが必要である。経済政策の分野では投資に関する意思決定において、将来の価値と社会的割引率を用いて現時点に換算する現在価値の考え方がよく使われている。そこで、現在価値PVによってコスト、便益を表わそう。いま、 t 年後の便益を $B(t, a)$ 、初期コストを $C_0(a)$ 、破壊損失費を $C_F(t, a)$ 、破壊確率を $P_F(X, a)$ 、外力の生起確率を $P_X(t)$ とする。 a は設計の内容(アクション)を、 X は外力を表わす。PVは、上記のファクターを用いて次式のように表わされる。

$$PV = \sum_{t=0}^{t_0} \frac{B(t, a)}{(1+r)^t} - C_0(a) - \sum_{t=0}^{t_0} \frac{C_F(t, a)}{(1+r)^t} \{ P_F(X, a) P_X(t) \} \quad (5)$$

ここに、 r は割引率、 t_0 は構造物の耐用期間である。最適な設計とはPVを最大にするアクション a^* である。次に、災害防止対策において便益は被害額の軽減として評価できる。いま、アクション a なしのときの被害額を $H(t)$ 、 a なるアクションのときの被害額を $H(t, a)$ とすると、 $B(t, a)$ はその差に等しいから、

$$B(t, a) = H(t) - H(t, a) = C_F(t, a) P_X(t) \{ P_F(X) - P_F(X, a) \} \quad (6)$$

と表わされる。したがって、(5)、(6)式より将来に発生が予測される外力による破壊損失、および被害の軽減とし

ての便益を考慮した経済的評価基準が得られるわけである。なお、(5)式は a と n の関数となっているので、耐用期間によっては最適解が変化することも考えられる。ただ、一般に構造物の耐用期間は物理的側面だけでなく、社会的、機能的側面から決定されることが多いから、その場合には n を条件として設計すればよい。

4. 適用例 ケーススタディとして、図1のような危険斜面上に建設した送電鉄塔の防護対策工の設計問題を扱う。鉄塔の安定は斜面に支配されるから、外力としては斜面変位を左右する豪雨を考える。斜面状態の変化は、土中水分の変化による土の強度低下によるものと考えられるので土中水分を評価するファクターとして実効雨量を採用する。これは、ある時点の水分量を前に降った雨量から算出する方法で、時間の経過による水分の減少と減少係数によって評価するものである。

減少係数は斜面土質が砂質ロームであることより、0.7とした。過去38年間の水文データより200mm以上の実効雨量の発生時間間隔の分布を調べたところ、図2のようになった。図2より、実効雨量の時間間隔が指数分布に従うものと考えられるから、その過程はポアソン過程と仮定しても妥当と思われる。図2中の実線は、(4)式において $k=1$ としたときの理論分布であり、かなり予測精度は高いといえる。鉄塔防護工案(アクション)として表1のような7種(図3)が考えられ、その建設コストが計算された。鉄塔倒壊に伴う損失 C_f は時間的に一定とし、停電による損失、再建費等より約1,160,000万円と見積られた。割引率は6%とする。外力(実効雨量)は4レベルに区別し、その代表値を用いて安定解析を行った(表2)。

計算の結果、 a_5 なる対策工案(移設地点を断面Cの擁壁で保護する案)が最適であることが判明したが、 $a_3 \sim a_7$ ではPVに大きな差はみられなかった。図4では、 n のとり方によってPVが変化する様子が示されている。この図より、現位置に鉄塔を放置する a_1 案は明らかに不適であり移設だけの a_2 案は a_1 案に比べれば有利だが、最適解 a_5 よりははるかに不利であることが分かる。なお、この解析では構造物の抵抗力の時間的減少を考えていないので、PVは n の増加関数となり、2いるが(最適解 a_5 において)、抵抗力の低下を考えればPVの最大となる時点が存在することも予想され、最適耐用期間の設定も可能となるであろう。

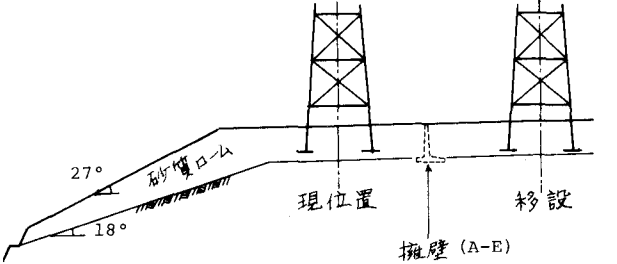


図1 斜面および鉄塔の概況

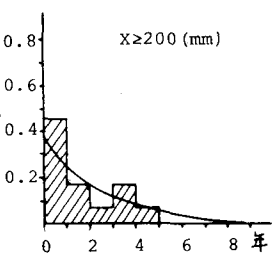


図2 実効雨量の時間間隔

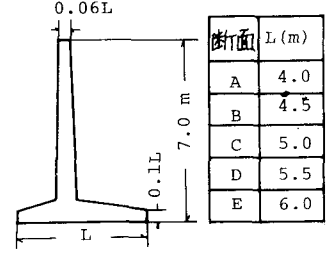


図3 防護擁壁の断面

表1 対策工と建設費

対策工	内容	建設費(万円)
a_1	現位置で建設	10866
a_2	移設	13244
a_3	移設+擁壁A	17206
a_4	移設+擁壁B	17889
a_5	移設+擁壁C	18629
a_6	移設+擁壁D	19418
a_7	移設+擁壁E	20263

表2 外力(実効雨量)の区分

外力 a	外力(実効雨量)ラング a レベル (mm)	代表値 (mm)
X_1	$250 \leq X < 300$	275
X_2	$300 \leq X < 350$	325
X_3	$350 \leq X < 400$	375
X_4	$400 \leq X$	450

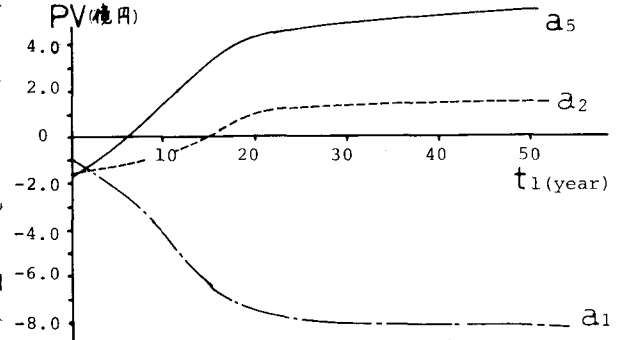


図4 耐用期間による現在価値の変化

1) Benjamin, Probabilistic Models for Seismic Force Design, Proc.ASCE, Vol.94, ST5, 1968.