III-59　有限要素法による圧密現象の一解法

徳島大学工学部　正　員　山　上　拓　男
徳島大学工学部　学生員○植　田　康　宏

1. まえがき

過去10年間Biot理論に基づく多次元圧密のＦＥＭ解析が数多く提案され、最近では弾塑性構成則を導入したより実際的な土へのアプローチもみられる[1)]。このBiot理論は構造骨格の挙動と間ゲキ水の作用を連立させている点で理論上完備されたものであるが、それだけに数値解析上の取り扱いが極めて複雑となる。他方，Terzaghi系列の圧密論をベースとした展開も可能である。これは間ゲキ水圧に関する熱伝導型の方程式を解くもので，未知量が間ゲキ水圧のみであるため取り扱いは比較的容易であるが、圧密現象の重要な一面である変形性状を明らかにすることはできない。と同時に間ゲキ水圧自体の振るまいに関しても，Mandel-Cryer効果が説明できないなどの問題点が指摘される。

以上２つの理論体系に鑑み、両者の特徴を生かした解析法を確立すべく，先に[2)]、浸透力を導入した一定式化を報告した。そして具体的な適用例として一次元圧密を解き，その妥当性を確かめた。本文はこの手法を二次元平面ひずみ場に適用した結果を述べたものである。ただし，ここで扱っている二次元問題は，Davis ら[3)]と同様全応力の変化を無視した熱伝導型方程式であることを予め付記しておく。

2. 解析法の要約

この解法は圧密現象としての非定常浸透解析と，応力－変形解析をそれぞれ独立に行い，その間を浸透力が受渡しする点に，他の解法にない特徴を有している。そしてこれにより，後述の如く，例え熱伝導型の間ゲキ水圧支配式といえども，応力－変形解析を可能ならしめるのである。まず，非定常浸透の支配式は：

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial H}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial H}{\partial y}\right) + Q - C\frac{\partial H}{\partial t} = 0 \qquad \left(Q = C\frac{\partial \sigma}{\partial t}\right) \quad --- \quad (1)$$

ここに，$C = 2\gamma_w(1+\nu')(1-2\nu')/E'$；$\sigma = (\sigma_x+\sigma_y)/2\gamma_w$；$\sigma_x+\sigma_y$＝全応力第１不変量；$E'$＝骨組の弾性係数；$\nu'$ = Poisson's Ratio；H＝全水頭；k_x, k_y＝透水係数；γ_w＝水の単位重量.

この式を変分法を介して離散化すれば、最終的に次の連立方程式を解くことに帰着される。

$$\left([K] + \frac{2}{\Delta t}[P]\right)\{H\}_{t+\Delta t/2} = \frac{2}{\Delta t}[P]\{H\}_t - \{F\}_{t+\Delta t/2} \;, \quad \{H\}_{t+\Delta t} = 2\{H\}_{t+\Delta t/2} - \{H\}_t \quad --- \ (2)$$

すなわち，時刻tの全水頭$\{H\}_t$に基づいて時刻$t+\Delta t$の全水頭$\{H\}_{t+\Delta t}$が求められる。そして微小なtime step Δt間に系が受ける浸透力の増分$\Delta\mathbb{F}$を評価し、有効応力の立場で次式の釣合方程式：

$$\mathbb{K}_E \cdot \Delta\mathbb{U} = \Delta\mathbb{F} \quad --- \ (3) \qquad \mathbb{U}_{t+\Delta t} = \mathbb{U}_t + \Delta\mathbb{U} \quad --- \ (4)$$

を解けば、時刻$t+\Delta t$の変形状態をも定め得る。ここに，$\mathbb{K}_E$＝骨組のStiffness Matrix；$\Delta\mathbb{U}=\Delta t$間の変位増分；$\mathbb{U}_{t+\Delta t}$，$\mathbb{U}_t$＝それぞれ時刻$t+\Delta t$及びtの変位

3. 平面ひずみ問題への適用例

式(1)において，Q＝0とおけば、全応力の時間的変化を無視することになる。Davis ら[3)]はこの条件のもとに種々吟味し，間ゲキ水圧について十分な精度で近似しうるとした。しかしながら，先にも述べたように多次元圧密としての沈下性状にはなんら答えることはできない。一方，ここで提案する手法によれば，式(2)に引続き式(3)を解くことで，沈下性状をも陽な形で取り扱うことができる。問題はFig-1に示すように，底面不透水の厚さ10^mの粘土層上面に幅5^mに渡って６t/m^2なる帯状荷重が瞬時載荷された場合を想定した。なお荷重載荷面も透水性と

する。この種の圧密解析では、その初期値としての非排水条件下の過剰間ゲキ水圧の評価がまず第一に問題となる。非排水状態の過剰間ゲキ水圧を算定する方法も幾つか提案されている[4)]が、ここでは次のような簡便法をとった。その理由は、本文の主目的が、前報[2)]で提案した手法が多次元圧密、とりわけその変形性状を表現しうるか否かを明らかにする点にあったからである。すなわち、粘土粒子及び間ゲキ水の非圧縮性を仮定し、骨組が完全弾性体であるとすれば、非排水条件のもとで発生する間ゲキ水圧は $\nabla^2 u=0$ なるLaplaceの方程式を満たさねばならない。従ってなんらかの手段でuに関する境界条件が与えられれば、F.E.M.でこの式を解くことは非常に簡単であり、極めて好都合となる。そのため、本解析例では、uの境界条件としてFig-1の荷重載荷面BCで荷重強度に等しい6 t/m^2なる値を、また自由表面AB上で零を指定し、それ以外の境界は全て不透水の条件を与えてLaplace式を解いたものを採用した。(これに関しては講演当日にコメントしたい)また、非排水時の応力ー変形解析は全応力としての弾性係数E_u、およびPoisson比 $\nu_u=0.5$(実際の計算では0.499を用いた)のもとに通常の弾性解析を行っている。なお、理論上は、この全応力としての弾性解より平均主応力をもとめ、初期間ゲキ水圧とすることができるけれども、ここで用いているlinear iso-parametric要素の場合、非圧縮性材料($\nu=0.5$)の応力は要素の中心でのみ、正しい解の得られることが知られている。必然的に、この方法によれば間ゲキ水圧もまた要素中心でのみ信頼性のある結果を与える。しかるに非排水変形に引続く圧密解析では、間ゲキ水圧は節点に対応させているため、非排水時のみ要素中心の間ゲキ水圧を求めることはあまり意味をもたない。このことが、上に述べた初期間ゲキ水圧の評価法をとった理由の一つでもある。

さて、Fig-2は、上述の$\nabla^2 u=0$を解いて得た初期間ゲキ水圧、ならびに式(2)による非定常浸透解析の結果を等時曲線として表示したものである。またFig-3には、非排水時および載荷後243日目の地表面の変形状態を示した。図にはまた、地表面の適当な点の変位径路も記されている。

Fig-1

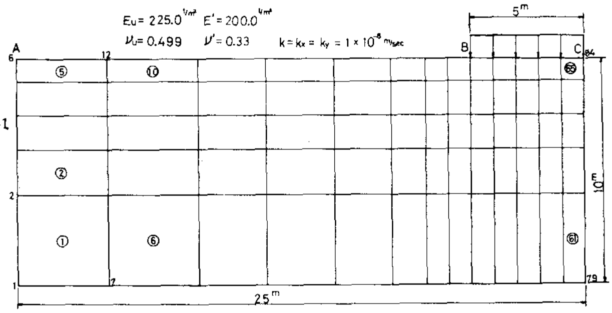


Fig-2

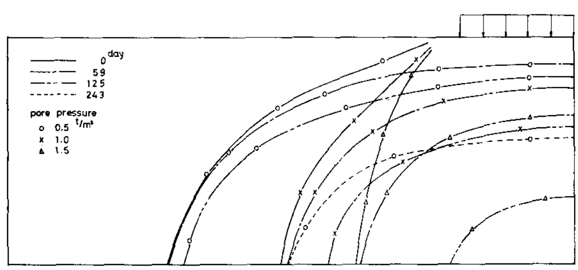
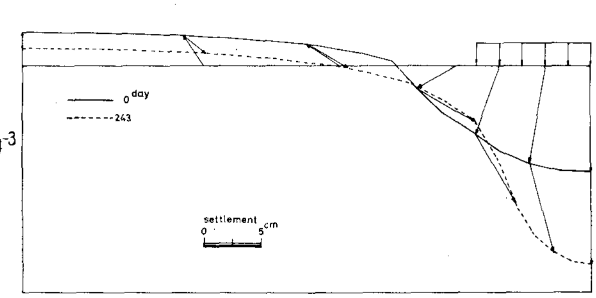


Fig-3



4. むすび

F.E.M.による圧密現象の一解法を提案し、前報において、一次元圧密ではその妥当性を得ていた。ここでは新たに、二次元平面ひずみ問題へ応用した結果を示した。研究途上であるため、特に非排水解析と関連して、大胆な仮定を設けねばならなかったが、Fig-3にみられるように変形性状をも十分表現できるようである。今後は精度そのものの検討や、全応力の時間的変化を考慮した解析へ進まねばならない。

参考文献

1). 赤井浩一・田村武:弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文報告集 No.269 1978-1
2). 山上拓男・植田康宏:有限要素法による圧密現象の一解法, 第13回土質工学研究発表会講演集 1978.
3). Davis, E.H. and Poulos, H.G.: Rate of Settlement of Two- and Three-dimensional Conditions, Géotech., Vol 22, No1, 1972.
4). 赤井浩一・田村武:多次元圧密問題に対する非線型応力ーひずみ理論の適用, 京大防災研究所年報 No.19 1976.