III－34　　粘性土の後発異方性と応力ヒズミの増分関係について

長崎大学　学生員　○内藤 秀信
同　正員　棚橋 由彦

1. まえがき

著者らは先に砂の後発異方性を室内実験により評価して，地盤の応力変形解析に適用可能な応力ヒズミテンソルの異方増分関係を与えた[1]. その後，増分関係が種種の応力径路に沿う砂の挙動を，特にダイレタンシーの特性をよく説明しうることを確かめている.[2] 本報告は，先の増分関係を工学的にはより重要な粘性土への適用について考察したものである. 粘性土の構成関係には，砂では近似的に無視することができた応力リ厂の影響と，時間依存性について考慮しなければならない. そこで本報告では，粘性土の構成関係へのアプローチの才1段階として，粘性土を圧密・セン断に対する歪硬化体とみなし，また従来多くの研究者により報告されている粘性土の周知の変形特性を先験的に認めて，応力リ厂を考慮したテンソル表示の弾・塑性有効応力・ヒズミの増分関係の定式化を試みた.

2. 弾塑性応力ヒズミの増分関係

応力・ヒズミを球テンソルの1次不変量と偏差テンソルの2次不変量で評価していく正八面体応力ヒズミ理論の立場からは，ヒズミを弾・塑性成分に分けると体積ヒズミ増分 dv，正八面体セン断ヒズミ増分 $d\gamma$ は次式で表わせる.

$$\begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^e + \begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^p = \begin{bmatrix} dv_c \\ d\gamma_c \end{bmatrix}^e + \begin{bmatrix} dv_d \\ d\gamma_d \end{bmatrix}^e + \begin{bmatrix} dv_c \\ d\gamma_c \end{bmatrix}^p + \begin{bmatrix} dv_d \\ d\gamma_d \end{bmatrix}^p \quad \cdots\cdots (1)$$

上式の下サフィックス c, d はそれぞれ平均有効主応力増分 dp，正八面体セン断応力増分 dg により生じるヒズミ増分を意味し，上サフィックス e, p はヒズミの弾・塑性成分を意味する. なお応力は全て有効応力の意味で用い，圧縮応力・収縮ヒズミをともに正と約束する. (1)式中の $d\gamma_c^e$ の存在は，砂に関して El-Sohby[3] により報告されているが，$d\gamma_c^p$ に関しては著者らの知る限り報告例がみあたらない. $d\gamma_c^e$, $d\gamma_c^p$ ともにダイレタンシーに比べて無視できる量とみなせば，後発異方性を考慮した正八面体応力・ヒズミの増分関係は次式で与えられる.

$$\begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^e = \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix}^e \begin{bmatrix} dp \\ dg \end{bmatrix} \cdots (2)_1 \quad \begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix}^p = \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix}^p \begin{bmatrix} dp \\ dg \end{bmatrix} \cdots (2)_2 \quad \begin{bmatrix} dv \\ d\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp \\ dg \end{bmatrix} \cdots (2)_3$$

上式 $(2)_1$, $(2)_2$, $(2)_3$ はそれぞれ弾性・塑性・全ヒズミの増分関係であり，S_c, S_d, S_s はそれぞれ，圧縮による体積ヒズミ，ダイレタンシー，正八面体セン断ヒズミ各増分のフレキシビリティーであり，(1).(2)式から直ちに(3)式が導ける.

$$\begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix}^e + \begin{bmatrix} S_c & S_d \\ 0 & S_s \end{bmatrix}^p \quad \cdots\cdots (3)$$

(2)式に与えた正八面体面上の増分関係から応力ヒズミテンソルの増分関係の誘導は既に報告したので省略し，その結果のみ再録すると，主応力増分軸($x'y'z'$軸)が回転しない場合の増分関係は(4)式で与えられる.[1]

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon_x' \\ d\varepsilon_y' \\ d\varepsilon_z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{23} \\ C_{31} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{12} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma_x' \\ d\sigma_y' \\ d\sigma_z' \end{bmatrix} , \quad \begin{bmatrix} d\gamma_{yz}' \\ d\gamma_{zx}' \\ d\gamma_{xy}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(C_{22}-C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 2(C_{33}-C_{31}) & 0 \\ 0 & 0 & 2(C_{11}-C_{12}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\tau_{yz}' \\ d\tau_{zx}' \\ d\tau_{xy}' \end{bmatrix} \quad (4)_1$$

$$\begin{aligned} C_{11} &= \{(S_c + 3S_s) + \sqrt{2}S_d\}/9 , & C_{23} &= \{(2S_c - 3S_s) - 2\sqrt{2}S_d\}/18 \\ C_{22} &= (S_c + 3S_s)/9 , & C_{31} &= \{(2S_c - 3S_s) + 2\sqrt{2}S_d\}/18 \quad (4)_2 \\ C_{33} &= \{(S_c + 3S_s) - \sqrt{2}S_d\}/9 , & C_{12} &= (2S_c - 3S_s)/18 \end{aligned}$$

(4)式は全ヒズミテンソルの増分関係であり，$(4)_2$式の S_c, S_d, S_s を S_c^e, S_d^e, S_s^e または S_c^p, S_d^p, S_s^p で置き換えると $(4)_1$ はそれぞれ弾性・塑性ヒズミテンソルの増分関係となる. S_c^e. S_d^e, S_s^e は状態量(例えば，間隙比 e，現在の応力状態 σ_{ij})のみの関数である. 一方 S_c^p, S_d^p, S_s^p は状態量の他に，応力リ厂

($\int d\sigma_{ij}$), またはヒズミリフ ($\int d\varepsilon_{ij}$) の関数である.

3. 弾・塑性フレキシビリティーの決定

i) Sc^e, Sc^p, Sc ：繰り返し等方圧密試験($d\tau=0$ Test)における周知の特性 i) 処女載荷時の $e-\log p$ 関係の直線性(正規圧密線：勾配 $Cc=2.3\lambda$). ii) 除荷・再載荷時の $e-\log p$ 関係の直線性と平行性(膨張線：勾配 $Cs=2.3\kappa$)を認めると簡単な誘導の結果, Sc^e, Sc^p, Sc はそれぞれ(5)式で与えられる.

$$Sc=\lambda/(1+e)\cdot p \quad , \quad Sc^e=\kappa/(1+e)\cdot p \quad , \quad Sc^p=(\lambda-\kappa)/(1+e)\cdot p \qquad (5)$$

ii) Sd^e, Sd^p, Sd：繰り返し平均主応力一定試験($dp=0$ Test)における次の挙動 i) ダイレタンシー υ_d は間隙比 e に無関係に応力比 $\eta=\tau/p$ により一義的に規定され, η の1次式で表わせる ($d\upsilon_d/d\eta=\mu$)[4]. ii) ダイレタンシーの弾性成分は無視できる($d\upsilon_d^e=0$). 以上を認めると Sd^e, Sd^p, Sd はそれぞれ(6)式で与えられる.

$$Sd=\mu/p \quad , \quad Sd^p=\mu/p \quad , \quad Sd^e=0 \qquad (6)$$

iii) Ss^e, Ss^p, Ss：繰り返し平均主応力一定試験における i) 正八面体面上でのストレス・ダイレタンシー式の成立 $\eta=M_0-N_0(d\upsilon_d^p/d\gamma_d^p)$ ii) 除荷・再載荷時の $\eta-\gamma_d$ 関係の直線性 ($d\upsilon_d^e/d\eta=\nu$) を認めると, Ss^e, Ss^p, Ss はそれぞれ(7)式で与えられる.

$$Ss^p=N_0\mu/(M_0-\eta)\cdot p \quad , \quad Ss^e=\nu/p \quad , \quad Ss=\left(\nu+\frac{N_0\mu}{M_0-\eta}\right)\frac{1}{p} \qquad (7)$$

4. 応力リフの考慮

粘性土を圧縮・セン断に対する歪硬化体とみなし, 降伏条件式として次式を仮定する.

$$\text{圧密に対して} \quad \xi=\xi_m \quad , \quad \text{セン断に対して} \quad \eta=\eta_m \qquad (8)$$

ここに ξ は平均主応力 p を大気圧 $p_0=1\,\mathrm{kg/cm^2}$ で除した無次元量であり, ξ_m, η_m は応力リフにより, $\xi=p/p_0$, $\eta=\tau/p$ が現在までに経験した最大値である. 現在の応力状態を(ξ,η)とすると, 圧縮に対しては P_c: $\xi=\xi_m$ かつ $d\xi>0$ のとき降伏, すなわち圧縮による塑性体積ヒズミ増分 $d\upsilon_c^p=Sc^p dp$ が生じる. 一方 E_c: $\xi<\xi_m$ または $d\xi<0$ のときは降伏は生じず $d\upsilon_c^p=0$, $Sc^p=0$ である. 同様にしてセン断に対しても, P_s: $\eta=\eta_m$ かつ $d\eta>0$ のとき降伏, すなわち塑性ダイレタンシー増分 $d\upsilon_d^p=Sd^p dp$, 塑性正八面体セン断ヒズミ増分 $d\gamma_d^p=Ss^p d\tau$ が生じる. 一方 E_s: $\eta<\eta_m$ または $d\eta<0$ のとき, $d\upsilon_d^p=d\gamma_d^p=0$, $Sd^p=Ss^p=0$ となる. 以上4つの case P_c, E_c, P_s, E_s の組み合わせに対応するフレキシビリティーを表−1に示す.

表 − 1

	Sc^p	Sd^p, Ss^p	Sc^p	Sd^p	Ss^p	Sc	Sd	Sp
P_c and P_s	$\neq 0$	$\neq 0$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{\lambda-\kappa}{1+e}$	μ/p	$\frac{1}{p}\cdot\frac{N_0\mu}{M_0-\eta}$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{\lambda}{1+e}$	μ/p	$\frac{1}{p}\left(\nu+\frac{N_0\mu}{M_0-\eta}\right)$
P_c and E_s	$\neq 0$	$=0$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{\lambda-\kappa}{1+e}$	0	0	$\frac{1}{p}\cdot\frac{\lambda}{1+e}$	0	ν/p
E_c and P_s	$=0$	$\neq 0$	0	μ/p	$\frac{1}{p}\cdot\frac{N_0\mu}{M_0-\eta}$	$\frac{1}{p}\cdot\frac{\kappa}{1+e}$	μ/p	$\frac{1}{p}\left(\nu+\frac{N_0\mu}{M_0-\eta}\right)$
E_c and E_s	$=0$	$=0$	0	0	0	$\frac{1}{p}\cdot\frac{\kappa}{1+e}$	0	ν/p

表−1に示したフレキシビリティーを(4)式に代入したテンソル増分関係を用いて, 任意の応力リフを有する, 任意の応力経路に沿う粘性土の弾塑性応力ヒズミ挙動を計算することができる.

5. あとがき

紙数の都合により, 本報告で定式化した増分関係の実測値による検証は当日会場で報告する予定である.

謝辞：末筆ながら, 適切な助言を頂いた本学伊勢田哲也教授・同落合英俊助教授に感謝の意を表します.

引用文献：(1) 棚橋：才32回土木学会年次学術講演概要 pp. 165 − 166, 10月, 1977. (2) 棚橋：才13回土質工学会研究発表概要 pp. 385 − 388, 6月, 1978 (3) El-Sohby and Andrawes；8th I.C.S.M.F.E, vol.1 pp. 103 − 109, Moscow, 1973 (4) 柴田：京大防災研究所年報 才6号, pp. 128 − 134, 1958