

1. はじめに

Rowe^①, Barden et al.^{②③} は、三軸圧縮、平面ひずみ条件下のストレス-ダイラタンシー式（以下、S-D式と略す）として、次式を提案した。

$$R = D \cdot K, \quad R = \sigma'_3 / \sigma'_1, \quad D = 1 - d\varepsilon_v / d\varepsilon_1, \quad K = \tan^2(45^\circ + \phi/2) \dots \dots (1)$$

一方、平面ひずみ条件下のストレス-ダイラタンシープロット（以下、S-Dプロットと略す）は、一般に三軸圧縮条件下のそれより上側に來ることが、実験的に判明している（例えば②）。Rowe^①, Barden et al.^② は、(1)式中の ϕ が $\phi_m \leq \phi \leq \phi_v$ の関係を満たし、三軸圧縮では $\phi = \phi_m$ 、平面ひずみでは $\phi = \phi_v$ となるとして、上記の実験結果を説明している。

しかし、ここで指摘すべきことは、このような ϕ の使い分けは、あくまで(1)式と不可分に結合した立場から（換言すれば、仕事比最小の原理と結びついた立場から）生ずるという事である。一方、筆者は、釣り合い則のみに依拠したせん断破壊に関する概念を基に、三次元主応力下のS-Dモデルを提案し、そのS-D式が、三軸圧縮・伸張、真の主応力条件下の実験結果と合致することを示した。本文では、更に、三主応力状態での前報^⑤とは異った応力経路下での実験結果との照合を行うと同時に、平面ひずみ条件下の主応力関係、S-D関係を求め、三軸圧縮時の結果と比較したので報告する。

2. 三主応力下でのS-Dプロット

モデルから得られるひずみ増分と応力、応力増分の関係は、次式であつた。

$$d\varepsilon_1 \div K(\mu + d\varepsilon_v / \sqrt{3} \cdot \bar{\sigma}), \quad d\varepsilon_2 \div K(\mu + d\varepsilon_v / \sqrt{3} \cdot \bar{\sigma}), \quad d\varepsilon_3 \div K(\mu + d\varepsilon_v / \sqrt{3} \cdot \bar{\sigma}) \dots (2)$$

$$\bar{\sigma} = -\sqrt{\sigma'_1 / (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)}, \quad \bar{\sigma} = -\sqrt{\sigma'_2 / (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)}, \quad \bar{\sigma} = -\sqrt{\sigma'_3 / (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)} \dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} d\bar{\sigma} &= \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (\sigma'_1 - \sigma'_2 - \sigma'_3)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-\sigma'_1)^{-\frac{1}{2}} \cdot \{-(\sigma'_2 + \sigma'_3) d\sigma'_1 + \sigma'_1 (d\sigma'_2 + d\sigma'_3)\} \\ d\bar{\sigma} &= \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (\sigma'_1 - \sigma'_2 - \sigma'_3)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-\sigma'_2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \{-(\sigma'_3 + \sigma'_1) d\sigma'_2 + \sigma'_2 (d\sigma'_3 + d\sigma'_1)\} \\ d\bar{\sigma} &= \left(\frac{1}{2}\right) \cdot (\sigma'_1 - \sigma'_2 - \sigma'_3)^{-\frac{1}{2}} \cdot (-\sigma'_3)^{-\frac{1}{2}} \cdot \{-(\sigma'_1 + \sigma'_2) d\sigma'_3 + \sigma'_3 (d\sigma'_1 + d\sigma'_2)\} \end{aligned} \right\} \dots \dots (4)$$

$$\Delta^2 = d\bar{\sigma}^2 + d\bar{\sigma}^2 + d\bar{\sigma}^2$$

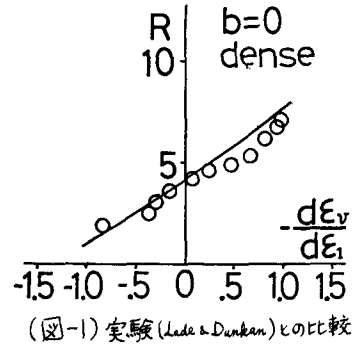
上式で応力、ひずみ共に引張が正である。

考慮した応力経路は、 $b = (\sigma'_1 - \sigma'_3) / (\sigma'_1 - \sigma'_2) = \text{一定}$ 、 $\sigma'_3 = \text{一定}$ の条件を満たすものである。この条件より、 $\sigma'_2 = b\sigma'_1 + (1-b)\sigma'_3$ 、 $d\sigma'_2 = b d\sigma'_1 \dots \dots (5)$

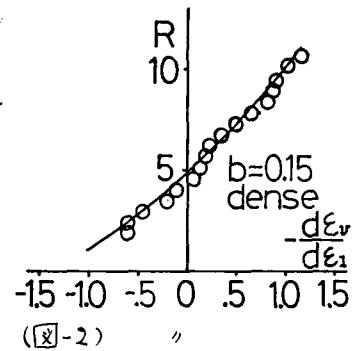
(5)式を(2)、(3)、(4)式に代入して次式を得る。

$$\frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} = \frac{\sqrt{(1+R+f(R))/F(R)} \{ (1+b)/R \cdot f(R) \pm (2b-1)/R \cdot f(R) \} - 3\mu}{\mu + (2-b) \sqrt{(1+R+f(R))/F(R)} \cdot f(R)/R} \dots (6)$$

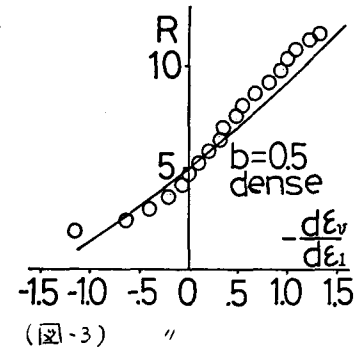
上式で、 $R = \sigma'_1 / \sigma'_3$ 、 $f(R) = bR + (1-b)$ 、 $F(R) = b(1+b)R^2 + (1-b)(1+b)R + (2-b)^2(1-b)$ 、複号は $0 \leq b \leq \frac{1}{2}$ で“+”、 $\frac{1}{2} < b \leq 1$ で“-”である。(6)式とLade & Duncan^⑦の実験結果($\sigma'_3 = 0.6 \text{ kg/cm}^2$)との対応を図-1~5に示す(式中、 $\phi_m = \tan^{-1} \mu = 36^\circ$ を仮定)。これより、(6)式は実験結果と良く合致し、特に、bの変化に伴うS-Dプロットの変化を忠実に補っていることが判る。



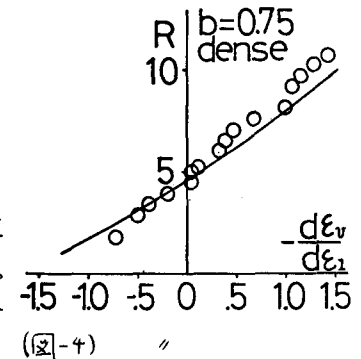
(図-1) 実験 (Lade & Duncan) との比較



(図-2) “



(図-3) “



(図-4) “

3. 平面ひずみ条件下でのストレス-ダイラタンシー関係

(2)式より $d\varepsilon_2 = 0$ とすれば, $\mu\sqrt{1-\mu^2} = \mu\sqrt{1-\mu^2} \dots \dots \dots (7)$

一方, $\bar{p} = -\sin\theta \cos\psi$, $\bar{q} = -\cos\theta$, $\bar{r} = -\sin\theta \cdot \sin\psi$ ($0 < \theta, \psi < \frac{\pi}{2}$) $\dots \dots \dots (8)$

と(7)式に代入すると, $d\psi = \sqrt{\tan^2\theta - \mu^2} / (\mu \sin\theta) \cdot d\theta \dots \dots \dots (9)$

を得る。更に, $\tan^2\theta = x \dots \dots \dots (10)$ と(9)式に代入し積分して次式を得る。

$$W = \frac{1}{2\mu} \ln |2x + 1 - \mu^2 + 2\sqrt{x^2 + (1 - \mu^2)x - \mu^2}| - \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{(1 - \mu^2) - 2\mu^2}{(1 + \mu^2)x} + C \dots \dots \dots (11)$$

$= g(x) + C$ (Cは積分定数)

(3)(8)式より, $W = \tan^{-1} \sqrt{\sigma_1'/\sigma_3'} = \tan^{-1} \sqrt{R}$, $x = \tan^2\theta = (\bar{p}^2 + \bar{r}^2)/\bar{q}^2 = \frac{\sigma_1' + \sigma_3'}{\sigma_3'}$ $\dots \dots \dots (12)$ (図-5)

(12)式を(11)式に代入し, 初期応力条件(平面ひずみ開始時)として, $R = R_0$, $x = x_0$ とすれば, 次の平面ひずみ条件下の主応力関係式が得られる。 $\tan^{-1} \sqrt{R} - \tan^{-1} \sqrt{R_0} = g(x) - g(x_0) \dots \dots \dots (13)$

(13)式から, 平面ひずみ条件下の主応力関係は, 平面ひずみを開始した時の初期応力条件に依存することが判る。一方, (8)(9)式を(2)(3)(4)式に代入すれば, 平面ひずみ条件下のS-D式は, 次のようになる。

$$D = 1 - \frac{d\varepsilon_v}{d\varepsilon_1} = \sqrt{R} \cdot \frac{\sqrt{1 - (1 + \mu^2)/(1 + x)} \cdot \sqrt{R} - \mu}{\mu \cdot \sqrt{R} + \sqrt{1 - (1 + \mu^2)/(1 + x)}} \dots \dots \dots (14)$$

Green & Reades^①, 小田^④ は, 等方応力状態から平面ひずみを開始した(従って $R_0 = 1$, $x_0 = 2$)。この条件で(13)式から $R-x$ 関係を求め, (14)式に代入して $R-D$ 関係が求まる。図-6, 7 に, (14)式と実験結果との対応を示す。両ケース共に $\phi_u = \tan^{-1}\mu = 29^\circ$ とした。両図より, 三軸圧縮, 平面ひずみ両条件下でも, 同一の $\phi_u = 29^\circ$ で実験結果とモデルより求めたS-D式とが良く対応しているのが認められる。

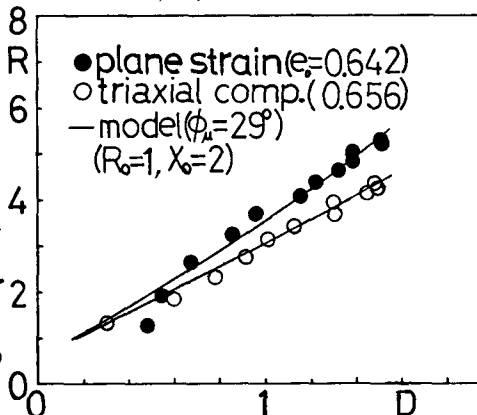
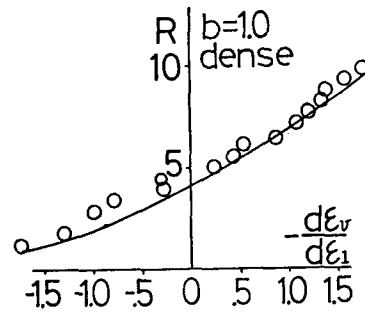
4. まとめ

以上から, 1)本モデルは, 三次元主応力下, 平面ひずみ条件下のS-D関係を満たすこと, 2)平面ひずみ, 三軸圧縮両条件下のS-Dプロットに対して, 同じ ϕ_u で説明がつくことが示された。

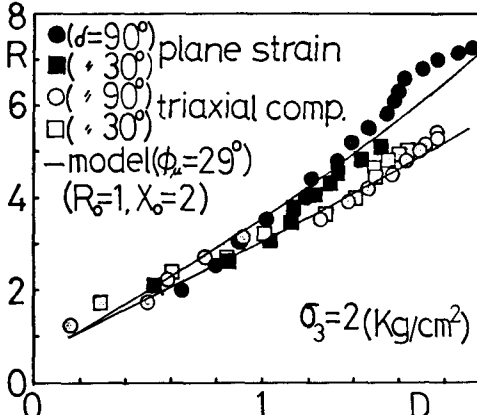
5. 参考文献

- ① Rowe, P.W. (1969): "The relation between the shear strength of sands in triaxial comp., plane strain and direct," Geotech. 19, NO. 1.
- ② Barden et al. (1969a): "Plane strain deform. of granular material at low and high pressures," Geotech. 19, NO. 4.
- ③ Barden et al. (1969b): "Elastic and plastic components of the deform. of sand," Canadian Geotech. 6.
- ④ 徳江 (1975): "粒状体のせん断機構に関する三次元モデル" 第10回土力学会。
- ⑤ 徳江 (1976): "粒状体のせん断機構に関する三次元モデル(第3)" 第31日土木学会講演集。
- ⑥ Tokue, T. (1978): "A consideration about Rowe's minimum energy ratio principle and a new concept of shear mechanism," S & M, Vol. 18, No. 1.
- ⑦ Lade & Duncan (1973): "Cubical triaxial tests on cohesionless soil," ASCE, Vol. 99, No. SM10.
- ⑧ Green & Reades (1975): "Boundary conditions, anisotropy and sample shape effects on the stress-strain behavior of sand in triaxial compression and plane strain," Geotech. 25, No. 2.
- ⑨ Oda et al. (1978): "Experimental study of anisotropic shear strength of sand by plane strain test," S & M, Vol. 18, No. 1.

謝辞: 文献と送って戴いた埼玉小田先生に深く感謝します。



(図-6) 実験(Green & Reades)との比較



(図-7) 実験(小田)との比較