

# III-10 多軸応力下の砂の変形特性

名古屋工業大学 正員 中井 照夫  
 ノ 松岡 元  
 名古屋工業大学大学院 学生員 石崎 仁

多軸応力下の種々の応力経路に沿う土の変形・強度特性が空向滑動面(SMP<sup>1)</sup>)の概念を導入することによつて統一的に説明できることを、①平面ヒズミ条件下のせん断試験結果、②多軸応力下および平面ヒズミ条件下の異方圧密試験結果、③各種降伏条件に沿う応力経路下の試験結果、に基づいて検証した。なお、実験に用いた試料はすべてやや密詰め(初期含水比e<sub>0</sub>≈0.68)の整粒砂である。

## 1. 平面ヒズミ条件下の砂のせん断特性

まず、SMP<sup>1)</sup>に基づく新たな考察より得られたせん断時の応力・ヒズミ関係式<sup>2)</sup>を述べる。主応力と主ヒズミ増分の方向が一致する、つまり主ヒズミ増分空間が主応力空間に対応する場合には、平均的な土粒子の滑動方向は主ヒズミ増分ベクトル  $\Delta E = (\Delta E_1, \Delta E_2, \Delta E_3)$  に一致するものと考えられる。そして主ヒズミ増分ベクトル  $\Delta E$  の SMP<sup>1)</sup>(応力空間内で土粒子が平均的に最も滑動しやすい面)に平行な成分および垂直な成分を  $\Delta E_{SMP}^*$ ,  $\Delta E_{\perp SMP}^*$  とすれば、従来の関係式<sup>3)</sup>と同様に SMP<sup>1)</sup>上の応力・ヒズミ関係式は次式で与えられる。

$$\Delta E_{SMP}^* = \{\beta_0^*/(\mu^* - \mu^*)\} \cdot \exp\{(-X - \mu^*)/(\mu^* - \mu^*)\} \cdot \Delta X \quad \dots (1)$$

$$\Delta E_{\perp SMP}^* = \{(\mu^* - X)/\lambda^*\} \cdot \Delta E_{SMP}^* \quad \dots (2)$$

ここに、X: SMP<sup>1)</sup>上のせん断・有効垂直応力比  $\sigma_{SMP}/\sigma_{SMP}$

$\lambda^*, \mu^*, \mu^*, \beta_0^*$ : 土質パラメーター

主応力と主ヒズミ増分の方向が一致するという仮定より、( $\Delta E_{SMP}^*$ ,  $\Delta E_{\perp SMP}^*$ )の3主ヒズミ増分への変換式は次式で与えられる。

$$\Delta E_i = \alpha_i \cdot \Delta E_{SMP}^* + \beta_i \cdot \Delta E_{\perp SMP}^* \quad (i=1,2,3) \quad \dots (3)$$

ここに、 $\alpha_i$ ,  $\beta_i$ : SMP<sup>1)</sup>および  $\sigma_{SMP}$  の方向余弦

なお、(3)式の軸対称応力下および多軸応力下( $\theta = \text{const.}$ )での実験データによる検証は前報<sup>2)</sup>で行なっている。したがつて(3)式に  $\Delta E_2 = 0$ なる条件を付加することによって平面ヒズミ条件下の応力・ヒズミ関係式が得られる。

図-1は平均主応力一定条件下の平面ヒズミ試験結果(プロット)と計算曲線を示している。左の計算曲線は三軸圧縮試験結果より決められた整粒砂の土質パラメーターによつて得られたものである。図-2は平面ヒズミ試験における応力経路の実測値(プロット)と計算曲線を表わしている。計算曲線はよく報告されているように  $\theta = 15^\circ \sim 30^\circ$  の間に位置する。実測値の左が小さく出ているのは、せん断初期において多軸試験機の構造上  $E_2$  方向の拘束板と試料との接觸が不十分であるため、三軸圧縮的変形をしたことにによると考えられる。

## 2. 多軸応力下および平面ヒズミ条件下の砂の異方圧密特性

すでに、多軸応力下の各種せん断試験(平均主応力一定)結果が SMP<sup>1)</sup>

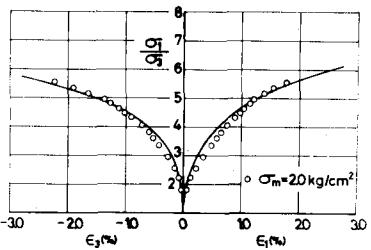


図-1. 平面ヒズミ条件下のせん断時の主応力比( $\sigma_0/\sigma_0$ )～主ヒズミ( $E_1, E_2$ )関係

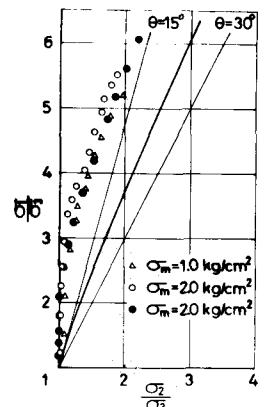


図-2. 平面ヒズミ条件下のせん断時の応力経路

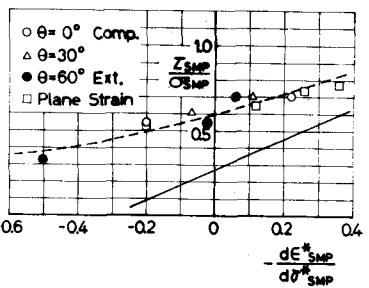


図-3. 异方圧密時の応力比( $\sigma_1/\sigma_0$ )～ヒズミ増分比( $\Delta E_{SMP}^*/\Delta E_{\perp SMP}^*$ )関係

に基づけば統一的に説明できることを示してきたが、ここでは多軸応力下の各種異方圧密試験（主応力比一定）結果についてもSMPに基づいて整理を行なう。

図-3は軸対称応力下、多軸応力下および平面ヒズミ条件下の異方圧密試験結果について、応力比( $\sigma_3/\sigma_{\text{mp}}$ )～ヒズミ増分比( $-d\varepsilon_{\text{mp}}^*/d\sigma_{\text{mp}}$ )関係で整理したものである。試験条件は、三軸圧縮条件下的 $\sigma_3/\sigma_1 = R = 3, 4$ (○印)、三軸伸張条件下的 $R = 2, 3, 4$ (●印)、多軸応力条件下( $\theta = 30^\circ$ )の $R = 4, 4.79$ (△印)および平面ヒズミ条件下の $R = 3, 4, 5, 5.5$ (□印)の11種である。

図中実線で示している直線は、平均主応力一定条件下のセン断試験における $\sigma_3/\sigma_{\text{mp}}$ ～ $-d\varepsilon_{\text{mp}}^*/d\sigma_{\text{mp}}$ 関係<sup>2)</sup>( $\sigma_3/\sigma_{\text{mp}} = \lambda^* (-d\varepsilon_{\text{mp}}^*/d\sigma_{\text{mp}}) + \mu^*$  ……(4))を表わしている。同図より、試験条件にかかわらず異方圧密試験結果がほぼユニークに整理されるのが見られ、セン断時同様、その変形特性をSMPに基づいて考える事の妥当性を示している。

さて、図-4は図-3中の4種の平面ヒズミ条件下の異方圧密試験における応力経路の実測値を中间主応力 $\sigma_2$ ～最小主応力 $\sigma_3$ の関係で示したものである。同図にみられるように平面ヒズミ条件下の異方圧密試験において、その応力経路は最大・最小主応力比の大きさや異方圧密開始時の3主応力の値にかかわらず、3主応力増分( $d\sigma_1, d\sigma_2, d\sigma_3$ )が一定比率になるのが見られ、土の異方圧密特性を考える上で興味深い実験事実と思われる。

### 3. 土の降伏条件についての考察

降伏条件の内側( $\sigma_1 < 0, \sigma_3 > 0$ ; すなわち降伏曲面)では塑性ヒズミは生じないという弾塑性論の立場から次の3種の降伏条件(あるいは破壊規準)について検討した。

#### 1) SMPに基づく降伏条件<sup>1)</sup>

SMP上のセン断、垂直応力比 $\sigma_3/\sigma_{\text{mp}} = \text{const.}$ より

$$f = J_1 J_2 / J_3 = \text{const.} \quad (J_1, J_2, J_3: \text{有効応力の不变量}) \quad \dots \dots (5)$$

#### 2) Mohr-Coulomb の降伏条件

$$f = \sin \phi = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3) = \text{const.} \quad (\sigma_1 \geq \sigma_3) \quad \dots \dots (6)$$

#### 3) Ladeの降伏条件<sup>3)</sup>

$$f = J_1^3 / J_3 = \text{const.} \quad \dots \dots (7)$$

図-5は正八面体面( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ )上のこれら3条件を示したものである。実験では三軸圧縮状態で $\sigma_3/\sigma_1 = 4$ までセン断した後、平均主応力一定のもとで $\theta = 0^\circ$ (三軸圧縮,  $b=0$ )から $\theta = 60^\circ$ (三軸伸張,  $b=1$ )まで各降伏条件に沿って応力を変化させた。図-6, 7は3種の降伏条件に沿う応力経路下での最大主ヒズミ $E_1$ 、体積ヒズミ $\varepsilon_v$ の変化を示している。SMPに沿う応力経路下でのヒズミは他の応力経路下のヒズミに比べ小さくなることが両図より見られる。

以上の結果からも、SMPに基づく土の降伏実験(5)式は多軸応力下の土の変形強度特性を規定する降伏条件と考えられよう。

謝辞 多軸試験とその整理に協力していただいた元名工大土質研究室、糸本一郎、中内雅二君に感謝いたします。

参考文献 1)松岡・中井: ICSMFE Speciality Session 9 (1977), 2)中井・松岡・中島・

山内: 第13回国土質工学研究発展会(1978), 3)Lade-Duncan: ASCE GT10 (1975).

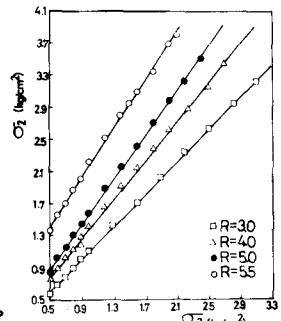


図-4. 平面ヒズミ条件下の異方圧密時の応力経路。

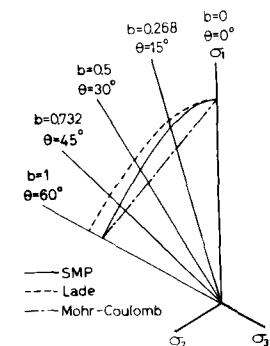


図-5. 正八面体面から見た各種降伏条件。

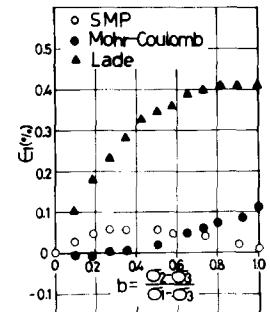


図-6. 各種降伏条件における応力経路下での最大主ヒズミ $E_1$ の変化。

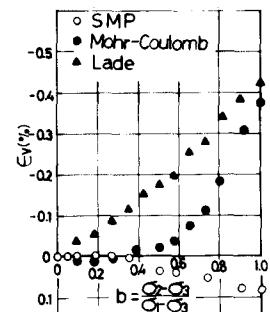


図-7. 各種降伏条件における応力経路下での体積ヒズミ $\varepsilon_v$ の変化。