

名古屋工業大学(現・基礎地盤工) 学生員 阪上 最一
名古屋工業大学 正員 松岡 元

2次元粒状体モデル(アルミ棒の混合体)を試料として、鉛直および水平方向を主応力方向とする二軸圧縮試験機により側圧一定のセン断試験を行ない、最大主応力方向から測った粒子接点角 β のセン断にともなう変化状況を調べた。これより、 β の平均値 $\bar{\beta}$ がセン断にともなう減少することを考慮して新たな応力-ダイレイタンス-関係式を導き、実験値の傾向をよく説明することを確認した。なお、 β とモービライズド面に基いた粒子接点角 θ の関係についても考察した。

1. セン断にともなう粒子接点角 β の変化状況

図-1は、径3, 5, 9 mmのアルミ棒混合体(混合重量比40:35:25, 初期間げき比 $e_0=0.20$, 密詰め)を試料(高さ25 cm, 幅14 cm)とした二軸圧縮試験時の、セン断にともなう粒子接点角 β の度数分布の変化を示したものである。ここで、 β は接触する2粒子の中心を結んだ直線と最大主応力方向とのなす角度で定義する。なお、この β は試料中心部の直径6 cmの円内の粒子接点について読み取った。この図より、 β の分布はセン断にともない β の小さい領域に集中する傾向がうかがわれる。次に、図-2は、密詰めおよびゆる詰め、2種の混合径(径5, 9 mmと径3, 5, 9 mm), 3種の側圧($\sigma_3=1.0, 0.2, 0.05 \text{ kg/cm}^2$)の場合の6種類の二軸圧縮試験について、 β の平均値 $\bar{\beta}$ と主応力比 σ_1/σ_3 の関係を示したものである。この図より、 $\bar{\beta}$ は一般に σ_1/σ_3 が増加しセン断が進むにつれて減少するのがみられる。⁴⁾なお、 $\bar{\beta}$ が減少すれば σ_1 に対して抵抗しやすくなると考えられる。

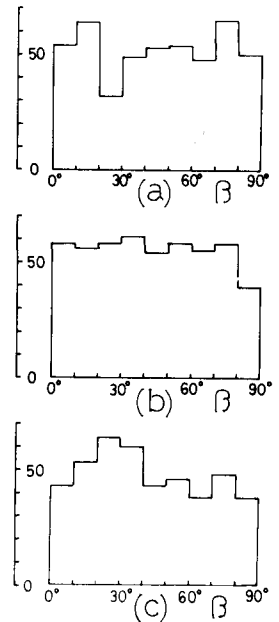


図-1 (a)セン断前の状態, (b)ピーク強度時, (c)残留強度時における粒子接点角 β の度数分布

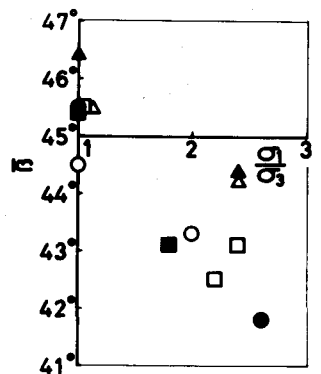


図-2 セン断にともなう $\bar{\beta}$ の変化

これまでに、モービライズド面に基いた粒子接点角 θ の平均値 $\bar{\theta}$ がセン断にともなう増加することを指摘しているが、 $\bar{\theta}$ が増加することと $\bar{\beta}$ が減少することとは対応していると考えられる。すなわち、最大主応力面とモービライズド面が $(45^\circ + \phi_m/2)$ なる角度(ここに $\phi_m = \sin^{-1}\{(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)\}$)をなすことを考慮すれば、 $-45^\circ + \phi_m/2 \leq \theta \leq 45^\circ + \phi_m/2$ では、 $\theta + \beta = 95^\circ + \phi_m/2$ ---(1)なる関係が成り立つことがわかる。通常 ϕ_m よりも $\bar{\theta}$ の増加の仕方が大きいので、 θ の主要な範囲において $\bar{\theta}$ が増加すれば $\bar{\beta}$ が減少することが理解される。なお、 θ の両端の変域はモービライズド面と平行に近い接点に対応するので、幾何学的な関係から接点角を読み取る確率が低くなり、分布形の形状にあまり効かないと考えられる。

2. 新たな応力-ダイレイタンス-関係式

図-3に示すように、平均的な粒子接点角 β をなす粒子接点(粒子径 $\bar{d}$)に粒子間摩擦角 ϕ_p をモービライズして得る平均

的な粒子間力が作用しているものとするれば、最大・最小主応力 σ_1, σ_3 は次式で表わされる。

$$\sigma_1 = \bar{\tau} \cos(\beta - \phi_\mu) / \bar{d} \sin \beta \quad \text{--- (2)}, \quad \sigma_3 = \bar{\tau} \sin(\beta - \phi_\mu) / \bar{d} \cos \beta \quad \text{--- (3)}$$

$$(2), (3) \text{ 式より } \sigma_1 / \sigma_3 = \cot(\beta - \phi_\mu) \cdot \cot \beta \quad \text{--- (4)}$$

さらに、2粒子の最大・最小主応力方向の長さを l_1, l_3 とし、最大・最小主ヒズミ増分を $d\epsilon_1, d\epsilon_3$ とすれば、

$$l_1 = \bar{d} \cdot \cos \beta \quad \text{--- (5)} \quad l_3 = \bar{d} \cdot \sin \beta \quad \text{--- (6)}$$

$$d\epsilon_1 = dl_1 / l_1 \quad \text{--- (7)} \quad d\epsilon_3 = dl_3 / l_3 \quad \text{--- (8)}$$

$$(5) \sim (8) \text{ 式より } -d\epsilon_3 / d\epsilon_1 = \cot^2 \beta \quad \text{--- (9)}$$

(4), (9) 式より 主応力比 σ_1 / σ_3 — 主ヒズミ増分比 $(d\epsilon_3 / d\epsilon_1)$ 関係式として 次式を得る。

$$\sigma_1 / \sigma_3 = \frac{(-d\epsilon_3 / d\epsilon_1) + \tan \phi_\mu \sqrt{(-d\epsilon_3 / d\epsilon_1)}}{1 - \tan \phi_\mu \sqrt{(-d\epsilon_3 / d\epsilon_1)}} \quad \text{--- (10)}$$

一方、比較のため Rowe の 応力-ダイレクタンシー関係式⁵⁾を示せば 次のようである。

$$\sigma_1 / \sigma_3 = \tan^2(45^\circ + \phi_\mu / 2) \cdot (-d\epsilon_3 / d\epsilon_1) \quad \text{--- (11)}$$

図-4 の実線は (10) 式による理論曲線、破線は (11) 式による Rowe の理論曲線を示している。図-5 は豊浦標準砂の平面ヒズミ試験結果⁶⁾ (平均主応力 $\sigma_m = 2.0 \text{ kg/cm}^2$, $e_0 = 0.695$) を 主応力比-主ヒズミ増分比関係で整理したものであり、実線は (10) 式による理論値 ($\phi_\mu = 25^\circ$) を示している。この図より、理論値は、少々下に凸の曲線となる実測値の傾向をよく説明しているようである。ここで新たに提案した応力-ダイレクタンシー関係式 (10) 式の特徴は、Rowe の式ではせん断中の粒子接点角を $(45^\circ + \phi_\mu / 2)$ に固定しているのに対し、粒子接点角の変化を考慮して誘導されている点にあると思われる。

謝辞 御援助をいただいている本学山内利彦教授、実験を手伝っていただいた本学大学院生竹田一夫氏に謝意を表す。

参考文献 1) 落合英俊・山内豊彦・棚橋由彦(1971): 二次元積層体によるせん断中の粒子移動特性について、第26回土木学会年次講演会、第3部、2) 小西純一(1972): 粒状体の変形機構について、第27回土木学会年次講演会、第3部、3) Matuzawa, H. (1974): A Microscopic Study on Shear Mechanism of Granular Materials, Soils and Foundations, Vol. 14, No. 1, pp. 29-43, 4) Oda, M. (1972): The Mechanism of Fabric Changes during Compressional Deformation of Sand, Soils and Foundations, Vol. 12, No. 2, pp. 1-18, 5) Rowe, P. W. (1962): The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact, Proc. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 269, pp. 500-527, 6) 紀本一郎・中内雅三(1978): 多軸応力下および平面ヒズミ条件下での砂の変形強度特性, 名古屋大学卒業論文。

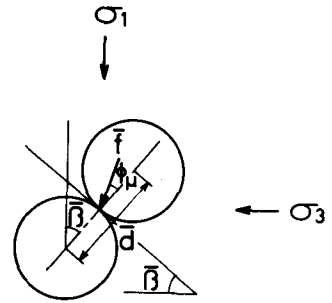


図-3 2主応力を受けた粒状体のせん断機構

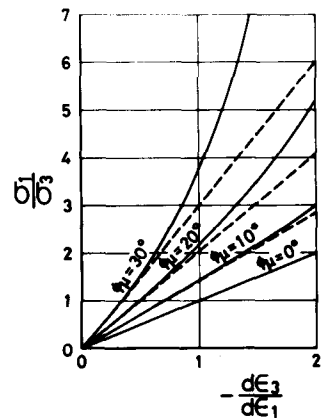


図-4 新たに提案した応力-ダイレクタンシー関係とRoweの応力-ダイレクタンシー関係の比較

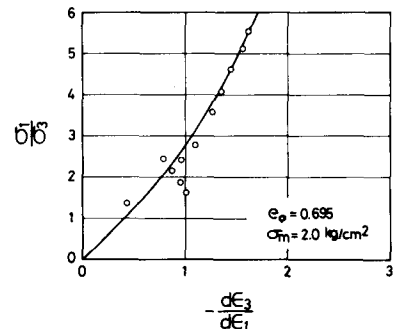


図-5 豊浦標準砂の平面ヒズミ試験結果と提案式による理論値 ($\phi_\mu = 25^\circ$)