

東北大学 正員 飛田 善雄
 " " 柳沢 栄司
 八戸工大 " 諸戸 靖史

1. まえがき

砂の様は粒状体の挙動を連続体として扱える場合においても、微視的考察は不可欠である。微視的考察を通して、連続体としての仮定により得られた構成方程式等の適用性と其の限界を知る事ができるものと思われる。

この研究では、砂の変形を圧縮(圧縮)による成分とせん断による成分とに分離して考え、それぞれ、応力比一定試験、平均主応力一定試験により扱える事ができるものと仮定し、実験結果より、これらを応力増分、至増分の形で表現し、その完全微分性を調べる事により、砂の変形に關する若干の考察を行なったものである。平均主応力一定試験における塑性ひすみ増分を求める際に用いた諸戸のパラメタ S_0 は巨視的挙動と微視的挙動の関連性を考える上で、有用な指標と考えられ、塑性せん断変形を定式化する際に硬化パラメタとして考えた。

2. 基本的考察

砂の変形が圧縮(圧縮)成分とせん断成分とに分離して考える事ができれば、これらが混在する様なひすみ増分 $d\epsilon_{ij}$ は、

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}(\text{Consolidation}) + d\epsilon_{ij}(\text{shear}) \quad (1)$$

と表現できる。圧縮成分が、試験中に作用力の傾度変化が起こらないと扱える事のできる応力比一定試験により理解されるものとし、せん断成分が作用力の傾度を連続的に変化させる平均主応力一定試験により理解されるものと考え、

$$d\epsilon_{ij} = \left(\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial p'}\right)_\eta dp' + \left(\frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial \eta}\right)_p d\eta \quad (2)$$

$$(2) \text{式が成立するためには} \quad \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial p'}\right)_\eta = \frac{\partial}{\partial p'} \left(\frac{\partial \epsilon}{\partial \eta}\right) \quad (3)$$

$$\text{ここに} \quad p' = \frac{1}{3}(\sigma_a + 2\sigma_r), \quad q = \sigma_a - \sigma_r, \quad \eta = q/p' \quad \text{である。}$$

変形を示す指標としては、体積ひすみ v とせん断ひすみ $\gamma (= \epsilon_a - \epsilon_r)$ を考える。

得られた実験結果を定式化して(3)式の関係を調べる事により、(1)式の妥当性が検証される。

3. 実験結果

実験は、飽和を期するために、長時間程度煮沸した豊満標準砂を脱気水の中に注入し、所定の間げき比 $e_0 = 0.66 \sim 0.68$ に、モールドの側壁を連打する事により、調節し、応力制御法により静的繰返し試験を行ない、弾性的状態についても考察を行なったが、全変形のみを報告する。実験結果の詳細は他報告にゆずり¹⁾、結果をとりまとめてみる。

応力比一定試験

a) 体積ひすみ v は、応力比によらず一定であり、平均主応力 p' のみで表現できる。体積ひすみ v と平均主応力 p' の対数の間には近似的に線形関係が存在する。

$$v = \lambda \ln p' \quad (a)$$

b) セン断ひすみ γ は、応力比の影響を受け、応力比の増加と共に増大するが、応力比の影響を定式化する事は本実験ではできなかった。

$$\gamma = f(\eta, \lambda) \ln p' \quad (b)$$

平均主応力一定試験

c) 体積ひすみ v 、せん断ひすみ γ 共に、応力比 η のみの関数として扱える事ができる。

$$(c)$$

近似的に応力比-ひすみ増分比関係式が成立する。

$$\eta_0 = \eta + \frac{d\eta}{d\epsilon} \quad d\epsilon = \frac{1}{3}(d\epsilon_a - d\epsilon_r) \quad (4)$$

諸戸のパラメタ S_0 は、せん断変形中に与えられる塑性仕事 $dW_s^p = p' d\gamma + q d\epsilon^p$ (5) の両辺を p' で除いたものであり

$$dS_0 = \frac{dW_s^p}{p'} = d\gamma + \eta d\epsilon^p \quad (6)$$

(c) の実験結果を考えると、(6)式はせん断変形については、応力比 η と一意的な関係を有する事が解る。但し考慮している経路は単調に応力比が増加するものである。 S_0 は

粒状体の変形挙動に関するエネルギー的考察に、応力比法則を適用したものと捉える事ができる。全変形における弾性ひずみ(回転ひずみ)を小さいものとみなせば全変形を塑性変形として捉える事ができる。一般に塑性ひずみ増分 $d\epsilon_{ij}$ は塑性ポテンシャル G 、降伏条件 f を用いて

$$d\epsilon_{ij} = \alpha f \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} \quad (7)$$

(6)式より塑性ひずみが生ずれば $dS_0 > 0$ 、 S_0 と η は、一意の関係を有し、双曲線関係 $\frac{S_0}{\eta} = \frac{S_0}{\eta_f} + a$ (8)で近似できる。故に、塑性変形を生ずるためには $d\eta > 0$ 、 $\eta = \text{const.}$ が降伏条件となる。

(4)式に直交条件を用いて $G = \frac{\eta}{\eta_0} + b\eta^p$ (10)が得られる。

(7), (8), (9), (10)式より、塑性せん断ひずみ $d\epsilon^p$ 、塑性体積ひずみ $d\epsilon^v$ は、

$$d\epsilon^p = \frac{a\eta^2}{(\eta_f - \eta)^2} d\eta, \quad d\epsilon^v = \frac{a\eta^2}{(\eta_f - \eta)^2} (1 - \frac{\eta}{\eta_f}) d\eta \quad (11)$$

が得られる。¹⁾ a, η_f, η_0 は実験により求められる定数である

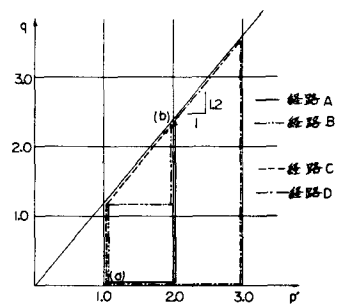
4. 応力経路依存性に関する考察

(a), (b), (c)より完全微分性について考察すると、体積ひずみ ϵ^v については、応力経路に依存する事なく、 (p, η, v) の関係で規定できる。しかし、せん断ひずみ ϵ^p については、応力経路依存性を有し

低応力比域にあっては、応力比一定試験のせん断ひずみの大きさは、せん断変形のそれと比較できる程の大きさであり、低応力比域では、両者の変形は一意には決定されない。

以上の結論は、応力比一定試験における、体積が膨張を示す様な挙動は考慮していない。体積が膨張を示す様な応力比域では、体積ひずみにも、応力比 η の影響を考慮しなければならず、数理的に(11)式の様な表現は不可能である。これは、平均主応力一定試験においても、粒子間すべりによる変形のメカニズムが発生しているばかりでなく、すべり程のエネルギー消費を必要としない回転等のメカニズムが発生している事、又応力比一定試験においても等方圧による圧縮ばかりでなく、粒子間の回転及びすべり等のメカニズムを考慮する必要がある事を示唆している様に思える。応力条件を指定し、その変形を捉えようとする場合の限界を示唆している様である。

(1)式が厳密には、成立しないといえ、その有用性は高いものと思われ、数々用いられている。側圧一定試験について、(2)式による予測値と実測値を比較したのが、図2である。実測値の方がやや低い値をとっている。定体積試験についても同様な結果が得られた。故に(2)式による変形は、一般的応力経路における最大値を示すものと思われる。尚型1は、応力経路の始点と終点を指定し、相異なる応力経路について、実測値と比較したものであるが、数理的議論を支持する結果が得られた。今後粒子物性、間隙比の変化を取り入れ、微視的メカニズムに関する詳察を加えていきたい。



異なる応力経路による体積ひずみとせん断ひずみ ($\times 10^{-3}$)

応力経路	A		B		C		D	
	ϵ^v	ϵ^p	ϵ^v	ϵ^p	ϵ^v	ϵ^p	ϵ^v	ϵ^p
(1) - (b)	75.9	34.5	60.1	35.5	79.8	34.2	65.4	23.8
(2) - (a)	3.42	1.12	1.74	1.02	3.15	1.05	2.30	1.08
(1) - (2)	41.7	23.3	42.7	25.3	48.3	23.7	42.3	13.0

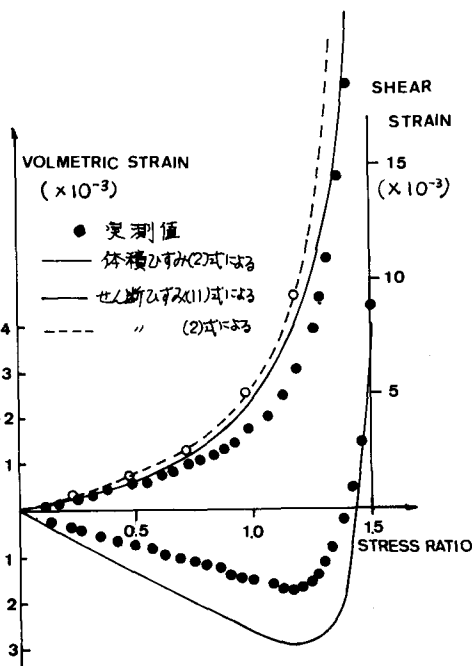


図2. 側圧一定試験における予測値と実測値

参考文献

- 1) 飛田, 柳沢, 第13回土質工学研究会
- 2) N. Moroto Soils and Foundations, Vol. 16 No. 4
- 3) E. I. Sohy (1969) 'Deformation of sands under Constant Stress Ratios' 7th ICSHFE, Mexico