

日本大学大学院 学生員 下 辺 悟

1. ま え が き

筆者らはここ数年以来、平均主応力一定の軸対称力下の乾燥砂のせん断変形について一連の研究を行って来た。その研究成果の一端として、砂の応力比 γ ~ひずみ増分比 λ の関係がある。すなわち、

$$\frac{\gamma}{P} = M' + \lambda \left(-\frac{dV_d}{d\lambda} \right) \quad \text{----- (1)}$$

ここで、 M' および λ は砂の密度や元平面上の応力経路によって変化する実験定数である。また変形の拘束条件、たとえば側圧一定の平面ひずみ状態における式(1)のようなりニアなタイプの適用範囲はもっと狭くなることを実験的にすでに調べている²⁾。さて、前報では式(1)の関係をせん断変形プロセスとしてさらに具体的に考察すべく、平均主応力一定条件下での三軸圧縮試験を対象とした γ の応力比 γ ~ひずみ増分比 λ 関係と異方性変形係数 λ との関係を考察した³⁾。本報告はさらにそれを一歩進め、三軸圧縮条件下の砂の応力比 γ ~ひずみ増分比 λ 関係および γ ~せん断ひずみ λ 関係に基づき、異方性変形係数 λ とせん断ひずみ λ との関係を求め、粒状体のせん断変形過程の刻々変化する様相を調べたものである。

3) 下記:「土の応力比 γ ~ひずみ増分比 λ 関係の一考察」第22回土木学会年次講演会(5.52年)

1) 宮森、下記:「平均主応力一定条件下における砂のせん断変形について」第11回土木学会研究発表会(5.51年)

2) 下記:「三軸圧縮試験による砂のせん断変形における側圧の影響」第13回土木学会研究発表会(5.53年)

2. 異方性変形係数 λ ~応力比 γ およびせん断ひずみ λ 関係

前報の結果より、平均主応力一定条件下での軸対称三軸圧縮状態のひずみ増分比 λ が二種類の異方性変形係数によって表わされた³⁾。すなわち、

$$\frac{dV_d}{d\lambda} = \frac{\sqrt{2}(G_{33} - G_{11})}{G_{11} + 2G_{33}} \quad \text{----- (2)}$$

ここで、各変形係数 λ は砂の状態によって刻々変化する。

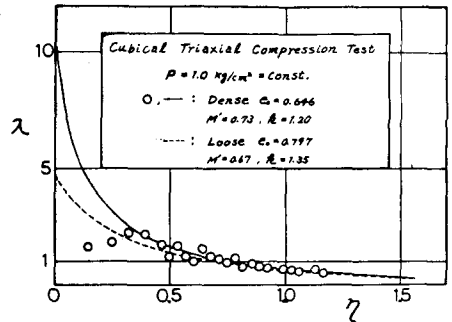
式(2)で、 $\frac{G_{33}}{G_{11}} = \lambda$ と置けば、以下のようにになる。

$$\frac{dV_d}{d\lambda} = \frac{\sqrt{2}(\lambda - 1)}{1 + 2\lambda} \quad \text{or} \quad \lambda = -\frac{\left(\frac{dV_d}{d\lambda}\right) + \sqrt{2}}{2\left(\frac{dV_d}{d\lambda}\right) - \sqrt{2}} \quad \text{----- (3)}$$

従って、式(1)に式(3)を代入して λ について解き、 $\frac{\gamma}{P} = \lambda$ と置けば、 λ は次式によって表わされる。

$$\lambda = -\frac{(M' - \gamma) + \sqrt{2}\lambda}{2(M' - \gamma) - \sqrt{2}\lambda} \quad \text{----- (4)}$$

これによれば、異方性変形係数 λ が応力比 γ と関連付けられることを示すものである。次に、式(4)と実験結果との対応を考えて見よう。平均主応力一定条件下における砂の立方体三軸圧縮試験結果と式(4)の計算曲線を図-1に示している。その結果、せん断前期を除けば計算曲線は実測値の傾向をうまく説明しており、そのデータも $\lambda = 7.0$ では $\gamma = M'$ となる。従って、式(4)は破壊に至るまでの刻々変化するせん断挙動を式(1)の特性で決まるその時の異方性変形係数 λ を応力比 γ で表示したものである。^{*}

図-1 $\lambda \sim \gamma$ 関係

* 一方、せん断前期の実測値の傾向をうまく説明できない理由は式(1)がせん断後期に適用性が高く、せん断前期の特性を示す土質パラメーターが不足しているからである。ここで、筆者らの応力比 γ ~せん断ひずみ λ 関係における双曲線近似を導入する¹⁾。すなわち、

$$\frac{\gamma}{P} = \frac{G_i M'_u \lambda}{M'_u + G_i \lambda} \quad \text{----- (5)}$$

ここで、 G_i は $\gamma \sim \lambda$ 曲線の初期接線剛性係数、 M'_u は $\gamma \sim \lambda$ 曲線の漸近値であり、共に実験定数である。そこで、(3)式を(1)式へ代入したものを式(5)と連立させて整理すれば、以下のようにになる。

$$\frac{M'_u M' + G_i (M' - M'_u) \lambda}{\lambda (M'_u + G_i \lambda)} = \frac{\sqrt{2}(\lambda - 1)}{1 + 2\lambda} \quad \text{----- (6)}$$

式(6)で λ について解けば、次式で表わされる。

$$\lambda = -\frac{M_u'(M' + \sqrt{2}e) + G_i(M' - M_u' + \sqrt{2}e)e}{M_u'(2M' - \sqrt{2}e) + G_i(2M' - 2M_u' - \sqrt{2}e)e} \quad \text{--- (7)}$$

式(7)は異方性変形係数比 $\lambda (= \frac{G_{33}}{G_{11}})$ がせん断ひずみ e によって表示され、その $\lambda \sim e$ 関係は一種のせん断変形過程を評価するものと考えられる。そこで、式(7)の計算曲線($\lambda = \lambda_1 \sim e$ 関係)と図-1で示さなかったゆるい砂の場合の更測値とを比較したのが図-2である。

この図によれば、 λ の更測値の傾向をうまく捉えているのは $\lambda \sim e$ 関係よりも $\lambda \sim \lambda_1$ 関係の計算曲線の方が便利であり、その適用性も高いこと

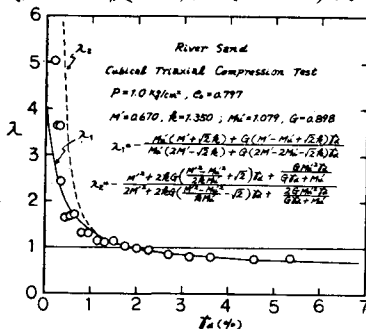


図-2 $\lambda \sim e$ 関係

がわかる。従って、砂がせん断を受けてから破壊に至るまでのせん断変形過程は応力比 η よりもせん断ひずみ e そのものによって評価した方が便宜上、妥当であるように思える。

次に、式(7)の諸条件での特性を考察する。

i) $e = 0$ なる初期条件では、

$$\lambda_i = -\frac{M' + \sqrt{2}e}{2M' - \sqrt{2}e} \quad \text{--- (8)}$$

となり、 λ_i は砂の初期構造に関連する係数と考えられる。これは式(4)で $\eta = 0$ と置いた時の λ_i と同一であるから、図-1より密な砂とゆるい砂の λ_i が大きい事になっていることから明らかである。また $\eta < M'$ での応力比 $\eta \sim$ せん断ひずみ e 関係はほぼ直線関係であり、それにかかわるのが $\lambda > 1$ である。

ii) $\lambda = 0$; $\frac{d\lambda}{de} = 0$ の定常状態なる e は存在しない。

iii) $\lambda = 1.0$ ($\eta = M'$, $d\eta = 0$)では最大体積圧縮点となり、すなわち、 $\eta = M'$ の時の e は次式によって求められる。

$$(\eta)_{\lambda=1.0} = \frac{M' M_u'}{G_i (M_u' - M')} \quad \text{--- (9)}$$

但し、 $M' = M_u'$ となるようなダイレイタンスを生じない砂では適用できない。ちなみに、式(9)によるゆるい砂の $(\eta)_{\lambda=1.0}$ の計算値は $e = 7.97\%$ となり、図-2の更測値と良く一致することがわかる。同様に*

して、図-1の密な砂での $(\eta)_{\lambda=1.0}$ の計算値は $e = 12.3\%$ であり、密度の大小によって e の違いが良く反映されている。

ところで、iii)では $G_{11} = G_{33} = G^*$ となり、ここで発現される砂の摩擦係数 M' の力学的な意味は、 $\lambda > 1$ ($\eta < M'$)の時の特性も考慮すれば

$$M' = f(\phi_u, e_i) \quad \text{--- (10)}$$

と解釈される。ここで、 ϕ_u は粒子間摩擦角; e_i は初期間げき比である。つまり、 M' は ϕ_u と e_i の関数であり、固有の摩擦係数ではない。次に $\eta > M'$ ($\lambda < 1$)ではダイレイタンスを生じることによって塑性変形が卓越して異方性を呈し、破壊時近傍では更測値、計算値を問わず λ はほぼ一定値に落ち着き、その時の λ は破壊時のすべり角と関連するであろう。

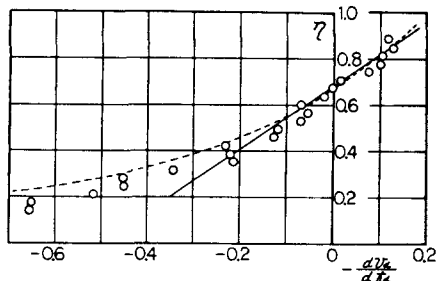


図-3 $\eta \sim (-\frac{d\lambda}{de})$ 関係

図-3は図-2と同一データの応力比 $\eta \sim$ ひずみ増分比関係であるが、実線は式(1)の直線近似式を表わし、破線は式(1)の係数 M' 、 e とRoscoe & Burlandの攪拌式を用いて曲線近似させたものである。その結果、せん断後期では直線近似式と曲線近似式はほぼ一致し、式(1)の適用性はせん断初期を除く破壊に至るまでの範囲で言及されるべきであることがわかる。以下に、その曲線近似式に関連するものを列記する。

$$\frac{\eta^2 - M'^2}{2\eta\eta} = \left(-\frac{d\eta}{de}\right) \quad \text{--- (11)}$$

$$\lambda = -\frac{M'^2 + 2R G_i \left(\frac{M'^2 - M_u'^2}{2R M_u'} + \sqrt{2} \right) e + \left(\frac{G_i M_u'^2 e}{G_i e + M_u'} \right)}{2M'^2 + 2R G_i \left(\frac{M'^2 - M_u'^2}{R M_u'} - \sqrt{2} \right) e + \left(\frac{2G_i M_u'^2 e}{G_i e + M_u'} \right)} \quad \text{--- (12)}$$

図-2に破線で示された式(12)の $\lambda (= \lambda_2) \sim e$ 関係は式(7)の $\lambda (= \lambda_1)$ 同様、せん断初期を含む更測値の傾向を良く表わしており、 $\lambda \sim e$ 関係によって粒状体のせん断変形過程の様相を調べることができる。最後に御指導頂いた本学浅川美利教授、宮森建樹助教授に感謝します。