

ノ。井本又仁告

2. バイスベクトル

$$f(t) = \sum_i A_i \cos(\omega_i t + \epsilon_i)$$
 ϕ : 角周波数 ω を持つ波の初期位相

$$S(p, g) = A_{prg} A_p A_g \cos(\epsilon_{prg} - \epsilon_p - \epsilon_g)$$

$$T(p, \delta) = A_{pr\delta} A_p A_\delta \sin(\epsilon_{pr\delta} - \epsilon_p - \epsilon_\delta)$$

$$B(p, \delta) = A_{p+\delta} A_p A_\delta$$

$$\theta(p, \beta) = \tan^{-1} T(p, \beta) / S(p, \beta) = \epsilon_{p+\beta} - \epsilon_p - \epsilon_\beta$$

$B(f, \phi)$ と振幅スペクトル $A(f)$ を示す。ただしハイスペクトルは π の制限の $\frac{1}{2}$ を指している。図-1 から中心変動には内在する成分波の個数が増すに従ってハイスペクトルが高周波側に広がり、ゆくゆく様子がわかる。

$$\zeta_1(t, x) = A_1 \cos(\sigma_1 t - k_1 x) + A_2 \cos 2(\sigma_1 t - k_1 x) \quad (4)$$

$$\psi(t, x) = A_1 \cos(\pi t - k_1 x) + A_2 \cos(2\pi t - k_2 x) \quad (5)$$

$$\psi(t, x) = A_1 \cos(\pi t - k_1 x) + A_2 \cos(2\pi t - k_2 x) \quad (5)$$

$$Z_3(t, x) = A_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x) + A_2 \cos 2(\omega_1 t - k_1 x) + A_3 \cos \{ \omega_1 t - (k_1 + \Delta k) x \} \quad (6)$$

$$\chi(t, x) \longrightarrow B(r_1, r_2) = A_1^2 A_2, \quad \theta(r_1, r_2) = 0 \quad (7)$$

$$\zeta_2(t, x) \longrightarrow B(\sigma_1, \sigma_1) = A_1^2 A_2, \quad \theta(\sigma_1, \sigma_1) = (2k_1 - k_1)x \quad (8)$$

$$B(r_1, r_2) = (A_1^2 + A_3^2 + 2A_1A_3 \cos \delta kx) \cdot A_2$$

$$\begin{aligned} \beta(r, x) &\longrightarrow B(r, r) = (A_1^2 + A_3^2 + 2A_1A_3 \cos \alpha k_1 x) \cdot A_2 \\ \theta(r, r) &= 2 \tan^{-1} \frac{A_1 \sin k_1 x + A_3 \sin (k_1 + \alpha k_1) x}{A_1 \cos k_1 x + A_3 \cos (k_1 + \alpha k_1) x} - 2k_1 x \end{aligned} \quad (9)$$

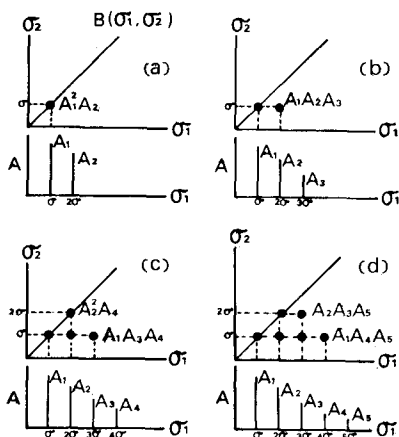


図-1. 振幅スペクトルとバイスペクトル

るのバースペクトルは式(7)のから場所的に変化するが、これを η を形成する2つの波が同一波速で進行する定形波であるためである。また、 η の場合には、2つの波が異なる波速を持ったため位相 θ は場所によって変動する。また η の場合には角周波数を有する波の振幅が場所によって異なるため、バースペクトルの絶対値 B と位相 θ はともに場所によって変動する。以上のことから、水位変動を調和解析して η と20%の角周波数を持つ波が卓越している場合には、2点で得られたバースペクトルから角周波数20%を持つ波が自由波であるか、もしくは拘束波であるかある程度判断できると考えられる。

$$\eta = \cos \sigma t + 0.2 \cos (2 \sigma t + \epsilon)$$

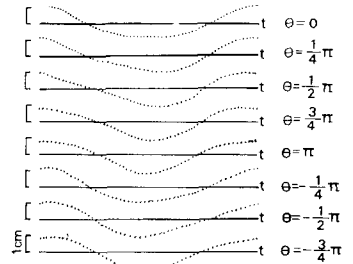


図-2 位相と時間波形

2.3 波形と skewness, バースペクトルの位相との関係 skewness
が正であれば波形の峰は sharp で谷は flat であり、また skewness の値が大きければその峰はより sharp となり、skewness が負の場合にはその逆であることはよく知られている。また波形の前後対称性についてはバースペクトルの位相からある程度判断できると考えられる。図-2に時間波形が示してある。この図より $\theta=0$ は波形が前後対称であり、 $\theta>0$ は波形の前方が sharp で後方が flat、 $\theta<0$ はその逆であることがわかる。

2.4 バースペクトルの2次波峰現象への適用 一般に2次波峰現象は次式で表わされるように6個の成分波で水位変動 $\eta(x,t)$ を表示できる。この $\eta(x,t)$ から式(3)を用いてバースペクトルを計算すると、

$$\eta(x,t) = A_{01} \cos(k_1 x - \sigma_1 t) + A_{02} \cos(2k_1 x - 2\sigma_1 t) + A_{03} \cos(3k_1 x - 3\sigma_1 t) + A_{11} \cos\{(k_1 + k_2)x - \sigma_1 t\} + A_{12} \cos\{(2k_1 + k_2)x - 2\sigma_1 t + \pi\} + A_{13} \cos\{(2k_1 + k_2)x - 3\sigma_1 t + \pi\} \quad (10)$$

$$B(\sigma_1, \sigma_1) = \{A_{01}^2 + A_{11}^2 + 2A_{01}A_{11} \cos(\sigma_1 x)\} \{A_{02}^2 + A_{12}^2 + 2A_{02}A_{12} \cos(2k_1 x + \pi)\}$$

$$\theta(\sigma_1, \sigma_1) = \tan^{-1} \frac{-A_{02} \sin 2k_1 x - A_{12} \sin\{(2k_1 + k_2)x + \pi\}}{A_{02} \cos 2k_1 x + A_{12} \cos\{(2k_1 + k_2)x + \pi\}} - 2 \tan^{-1} \frac{A_{01} \sin k_1 x - A_{11} \sin(k_1 + k_2)x}{A_{01} \cos k_1 x + A_{11} \cos(k_1 + k_2)x} \quad (11)$$

$$B(\sigma_1, 2\sigma_1) = \sqrt{\{A_{01}^2 + A_{11}^2 + 2A_{01}A_{11} \cos(\sigma_1 x)\} \{A_{02}^2 + A_{12}^2 + 2A_{02}A_{12} \cos(2k_1 x + \pi)\} \{A_{03}^2 + A_{13}^2 + 2A_{03}A_{13} \cos(3k_1 x + \pi)\}}$$

$$\theta(\sigma_1, 2\sigma_1) = \tan^{-1} \frac{-A_{02} \sin 3k_1 x - A_{12} \sin\{(3k_1 + k_2)x + \pi\}}{A_{02} \cos 3k_1 x + A_{12} \cos\{(3k_1 + k_2)x + \pi\}} - \tan^{-1} \frac{A_{01} \sin k_1 x - A_{11} \sin(k_1 + k_2)x}{A_{01} \cos k_1 x + A_{11} \cos(k_1 + k_2)x} - \tan^{-1} \frac{-A_{02} \sin 2k_1 x - A_{12} \sin\{(2k_1 + k_2)x + \pi\}}{A_{02} \cos 2k_1 x + A_{12} \cos\{(2k_1 + k_2)x + \pi\}} \quad (12)$$

$B(\sigma_1, \sigma_1)$, $\theta(\sigma_1, \sigma_1)$, $B(\sigma_1, 2\sigma_1)$, $\theta(\sigma_1, 2\sigma_1)$ が求まり式(11), (12)となる。図-3に2次波峰現象から算出されるバースペクトルの一例を示した。横軸は x (場所)を示す。印↓は追いつき点、印↑は発生点とそれぞれ表わし、実線は式(11), (12)を描いたものであり、点線は B, T 法により各点で求めたものを示す。なおこの場合の条件は図中に示した通りであり、 T は基本成分波の周期であり、 X は2次波峰発生間隔である。2つの方法から得られるバースペクトルはよく似た傾向を示し、スペクトルの絶対値は波数 k だけ基本波と異なる成分波(A_{11}, A_{12}, A_{13})が存在するため場所的に変動し、追いつき点では小さく、徐々に大きくなり発生点でまた小さくなるという傾向を持つ(これはもろに6個の成分波の振幅に關係するのだが)。また位相は追いつき点、発生点でともに零となる。これは追いつき点および発生点で波形が前後対称であることを意味する。また、追いつき点と発生点の間では $\theta>0$ であり、このことは波形の前方が sharp で後方が flat であることを意味し、一方発生点と次の追いつき点の間では $\theta<0$ より波形は後に傾いていることが2.3より推測され、実際の時間波形からもこのことは読みとれる。

3. 結論 2つ以上の自由波が存在する水位変動から得られるバースペクトルはその絶対値、位相ともに場所的に変動し、また位相の正負から波形の対称性がある程度把握できると考えられる。

参考文献 1) K.S.Liu, M.Rosenblatt and C. Van Atta, Bi-spectral measurement in turbulence, J.F.M., Vol.77, 1976, pp45~62

2) 細井正延, 石田昭, 二次波峰現象における非線型性の解析, 第7回海峯論文集, 1970, pp47~52