

運輸省港湾局 正員 山口 清一
東京工業大学 正員 沢本 正樹

はじめに——本研究は砂連上の浮遊砂濃度について考察したものである。一般に砂連上の浮遊砂濃度分布は逆「く」の字型分布ををするといわれており、その分布曲線の折曲点の高さ及び濃度を基準点高さ及び基準点濃度と呼び、このような基準点の値を知ることによって始めて浮遊砂濃度を定量的に把握できることになる。著者らは砂連上の流れについて、可視化法や熱膜流速計による流速測定の実験を行った¹⁾。その結果、砂連上の流れでは、砂連より発生する大規模で組織的な渦が支配的であることが確認された。本研究ではこの渦に注目し、流れによって渦が舞い上がる高さを基準点高さとして定義し、ポテンシャルモデルを用いて計算を行った。さらに、底面上の砂は、このような渦によって上方に巻き上げられるとして、定常開水路流の諸公式を適用することにより、底面より基準点高さまでの層内の平均濃度を計算し、基準点濃度とした。

基準点高さ——図-1のように砂連背後に発生する渦を考える。ここでは渦はポテンシャル渦で表わされ、流線は砂連頂よりはく離する考える。また砂連長に比較し、波長は十分に長いと考えられるため、渦は渦列をなしているものとする。まず(1)式のような変換により物理面を複素平面に変換する。²⁾

$$Z = \zeta + i \frac{a}{2} e^{i k_s \zeta} \quad (1)$$

ここで、 $k_s = \frac{2\pi}{\lambda}$ 、 λ ：砂連長、 a ：砂連高、である。この変換により平面上での渦列を扱うことになる。ここでポテンシャル理論を用い、渦が流されない条件より次の関係式を得る。

$$U_0 = \frac{\Gamma}{2\ell} i \coth \frac{\pi}{2} (\zeta_0 - \zeta_0^*) \quad (2)$$

ここで、 Γ は渦の循環である。また、渦の循環は砂連頂をよぎる渦度の集積と考えて、時刻 t までに得る渦の循環を表わす下式を得る。

$$\Gamma(t) = \frac{\varepsilon}{4} k^2 U_b^2 (t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t) \quad (3)$$

ここで、 U_b は底が平らと考えた場合の底部最大流速、 ε 、 k はそれぞれ係数である。(2)、(3)式より渦の中心位置を表わす式が次のように求まる。

$$\zeta_0 = \frac{\ell}{4\pi} \ln \frac{(8\ell \sin \omega t + \varepsilon k U_b (t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t))}{(8\ell \sin \omega t - \varepsilon k U_b (t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t))} \quad (4)$$

また、渦のコアの大きさを r_m はよどみ点を求めることにより、

$$r_m = \frac{\ell}{2\pi} \cos^{-1} \left(\frac{1 - \sinh^2 \frac{2\pi}{\ell} \zeta_0}{\cosh \frac{2\pi}{\ell} \zeta_0} \right) \quad (5)$$

次に、図-2のように形成された渦が逆流により上方にはき出される状態を考える。ここでは図のように逆側に新たに発生する渦の影響、その鏡像の影響を考えることにより、渦の挙動を表わす方程式として下式を得る。

$$u = \frac{d\zeta}{dt} = U_0 - \frac{\Gamma}{2\ell} \coth \frac{\pi}{2} \zeta - \frac{\Gamma \int \frac{\sinh \frac{2\pi}{\ell} (\eta - \zeta_0)}{2\ell (\cosh \frac{\pi}{2} (\eta - \zeta_0) - \cos \frac{2\pi}{\ell} (\xi + i\eta))} - \frac{\sinh \frac{2\pi}{\ell} (\eta + \zeta_0)}{\cosh \frac{\pi}{2} (\eta + \zeta_0) - \cos \frac{2\pi}{\ell} (\xi + i\eta)} d\eta}{2\ell} \quad (6)$$

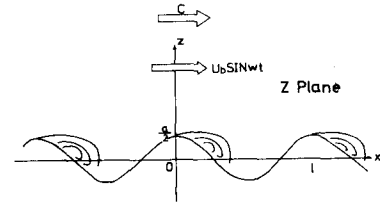


図-1 概念図

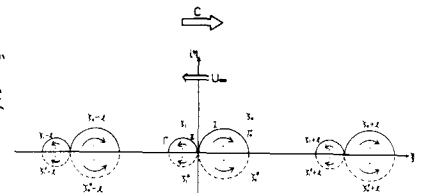


図-2 逆流による渦の移動

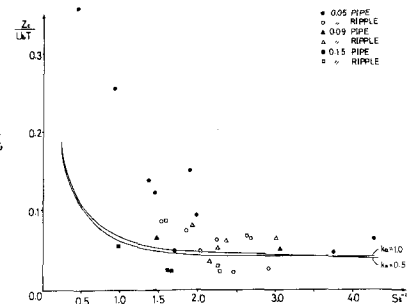


図-3 基準点高さ $(\frac{z_c}{U_b t}) \sim$ ストロハル数 (St)

$$w = \frac{dy}{dt} = \frac{P}{2L} \left\{ \frac{\sin \frac{2\pi}{L}(y+Y_m)}{\cosh \frac{2\pi}{L}(y-Y_0) - \cos \frac{2\pi}{L}(y+Y_m)} - \frac{\sin \frac{2\pi}{L}(y+Y_m)}{\cosh \frac{2\pi}{L}(y-Y_0) - \cos \frac{2\pi}{L}(y+Y_m)} \right\} \quad (7)$$

したがって、(6)、(7)式を適当な初期条件のもとに解くことによって時間的渦の中心位置の移動を追うことができる。ここでは半周期における渦の中心位置の最大高さを求め、それに渦のフアの大きさを加えることによって基準点高さとした。図-3はこのようにして求めた基準点高さとし、細井・木田³⁾による実験値を比較した図である。

基準点濃度—次に、この底面から基準点高さまでの間の層内における浮遊砂濃度について考える。ここではこの層内の平均濃度を求め、このような底面付近では濃度はほぼ一定であるので、これを基準点濃度と定義した。図-4に示すように砂は流れによって、砂連背面をそって掃流され、逆側に形成された渦に巻き込まれる。そして流れが逆流になると渦とともに上方にまき上げられる。ここでは定常間水路流の諸公式を適用して諸量を求めた。まず、摩擦速度、抵抗係数を次のように定義する⁴⁾

$$U_* = U_{0x} \sin \omega t = \sqrt{\frac{C_f}{2}} (K U_b) \sin \omega t \quad (8)$$

$$C_f = (2.87 + 1.58 \log_{10} (L/2d))^{-2.5} \quad (9)$$

ここで U_* が摩擦速度、 U_{0x} はその振幅、 C_f は抵抗係数、 d は底質粒径である。砂移動の限界としては水平床の場合をそのまま適用して、砂が移動する限界位相を ω_c とした時下式を得る。

$$\omega_c = \sin^{-1} \sqrt{4\phi / 3\epsilon C_b B^2} \quad (10)$$

上式で $\phi = (\sigma/\rho - 1)gd \tan \varphi / U_*^2$ 、 σ ：砂密度、 ρ ：水の密度、 φ ：砂の水中摩擦角、 ϵ ：遮へい係数、 B ：定数(=8.5)である。

また、掃流砂量公式は簡単のために、Brownの公式を適用した。

$$g_b(t) / U_{0x} d = 10 \left\{ \hat{U}_* \cdot U_* / (\sigma/\rho - 1)gd \right\}^2 \quad (11)$$

$$Q_b = 5 U_{0x} d T (\pi - 2\omega_c + \sin 2\omega_c) (\tan \varphi)^2 / 2\pi \phi^2 \quad (12)$$

ここで、 $g_b(t)$ は掃流砂量、 Q_b は半周期間の全掃流砂量、 $\hat{U}_*$ は底面摩擦速度の振幅、である。

次に、ここでは一周期平均と考えると浮遊砂濃度は平衡状態にある場合を考えているので図-4において一波長、高さ Z_0 、単位巾を考えると、この体積内においては一周期間に流入してくる砂量と、その間に沈降する砂量は等しくなくてはならない。したがって、砂の沈降速度を w_0 とすると平均濃度の式として下式を得る。

$$\bar{m}_a = 2(\sigma/\rho - 1) Q_b / L \cdot w_0 \cdot T \quad (13)$$

ここで、 $\bar{m}_a$ は平均濃度、 T ：周期、である。上式に(12)式を代入することにより下式を得る。

$$\bar{m}_a = \frac{5}{2} (\sigma/\rho - 1) \left(\frac{U_{0x}}{w_0} \right) \left(\frac{d}{L} \right) (\pi - 2\omega_c + \sin 2\omega_c) / \phi^2 \quad (14)$$

図-5は細井・稻垣⁵⁾の実験値と理論値を比較したもので横軸が基準点濃度、縦軸は無次元摩擦速度 ϕ をとったものである。

結論—基準点高さについては図-3に示すように、本理論でオーサ的には説明がつくと言える。したがって一般的に波の諸元、水深等が求まれば図-3より基準点高さを予測することができる。また、基準点濃度についても、実験値の傾向は示しているものと思われ、式(14)中の定数を実験値に合わせて修正してあげれば、より精度よく予測ができるようになるものと考えられる。

参考文献) 1) 山口(1978)；東工大修士論文、2) 沢本(1978)；土木学会論文報告集、3) 細井・木田(1973)；第20回海岸工学講演会論文集、4) 日野；流体力学(朝倉書店)、5) 細井・稻垣(1975)；第22回海岸工学講演会論文集

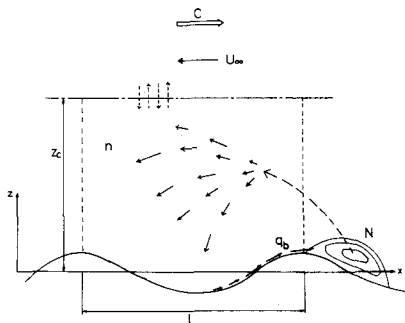


図-4 概念図

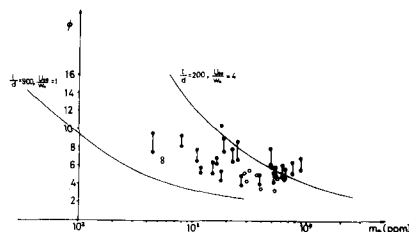


図-5 $\phi \sim \bar{m}_a$