

東京大学工学部 学生員 富田 英治
 東京大学工学部 正員 堀川 清司

1. はじめに

海洋における内部波は、海洋物理学方面では大きな関心をもちられているが、特に最近では内部波の岸近くにおける挙動が水産方面で注目されるに至っている。土木で扱われる内部波は、密度流の境界面における混合現象に関連して論ぜられるマイクロスケールのものであるがほとんどであり、興味の対象も専らその安定性に向けられていると言ふ。従つて斜面上での界面波の挙動を実験的に調べた研究は意外に少ない。長島¹⁾は石油と水の二層界面を伝播する界面波が斜面上に入射する際の反射率を測定し、破波形態と反射率との間には顕著な相関があることを指摘している。筆者らは、同様な石油と水の二層間の界面波について浅水変形の特徴を調べてみた。

2. 実験装置について

実験に用いた水路は、長さ550cm、幅20cm、高さ95cmの造波機付き可傾水路で、水路床勾配は0~1/10まで可変である。造波型式は界面波モードを卓越させるため、界面付近で円筒を上下に動かすプランジャー型で周期は0.3~3秒連続可変である。実際、造波中において、油層表面はほぼ静水位を保つ。(図1)

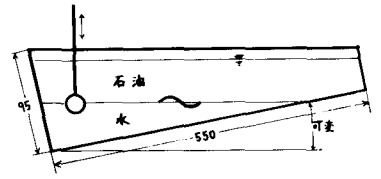


図-1

3. 浅水変形について

最も興味があるのは波高変化である。波高変化と予測するために、ここでは最も簡便な、微小振幅波理論によるエネルギーフラックス法を用いる。エネルギーフラックス法は結局のところ分散関係式にその基礎をおくものであるから、微小振幅波理論の斜面上での適合性を調べておく必要がある。代表的な2つのCASEについて、波長変化と実験値と比較したのが図2である。実験は分散関係式を示す。実験条件は、斜面勾配はすべて1/10で

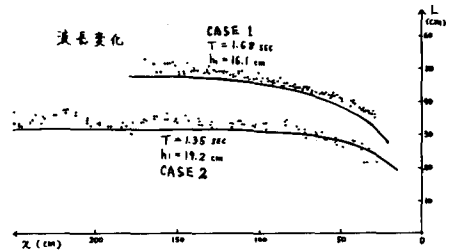


図-2

CASE 1 周期1.67秒 上層厚16.1cm

CASE 2 周期1.35秒 上層厚19.2cm

である。微小振幅波理論では、実際より波長がいくぶん小さく出る。Stokes展開により分散関係式を高次までとれば、同一の条件では確かに波長は長く出るが、いずれにせよ拘理定数や実験の精度を考慮すれば微小振幅波理論は十分適用可能であると言つてよい。

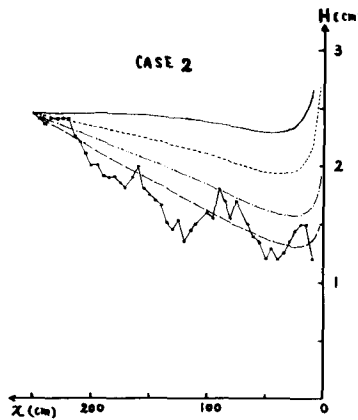


図-3

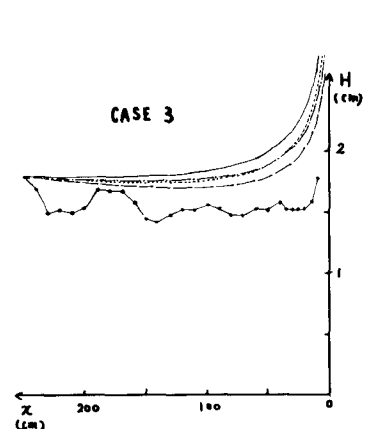


図-4

さて、エネルギーフラックス法で予測され

る波高変化と実測波高と比較したのが図3, 図4である。実験条件は、CASE2は前出, CASE3は 周期2.64秒 上層厚16.1cmである。実曲線がエネルギーフラックス法による予測値, 折れ線が実測値を連ねたものである。予測と裏切り、実際の波では非常に減衰が著しいことわかる。周期の短い方がその傾向が顕著であることから、これは、粘性によるエネルギー逸散に起因するものと推測される。

4. 粘性逸散の評価について

ここでは簡単のため、流体の境界付近の運動は、無渦運動と渦運動との重ね合わせで表現できるとする Philips²⁾の方法に従う。記号の意味等については図5と参照のこと。界面波の変位は $\zeta = a \cos(kx - \sigma t)$ と表はされる。無渦運動の界面波モードの速度ポテンシャル及び分散関係式は、

$$\phi_1 = -\frac{a\sigma}{k} \frac{\cosh k(z+h_1)}{\sinh kh_1} \sin(kx - \sigma t) \quad , \quad \sigma^2 = \frac{gk(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_1 \coth kh_1 + \rho_2 \coth kh_2} \quad \text{と なる。}$$

$$\phi_2 = \frac{a\sigma}{k} \frac{\cosh k(z+h_2)}{\sinh kh_2} \sin(kx - \sigma t)$$

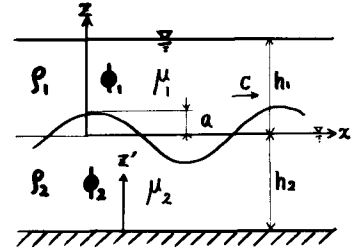


図-5

さて、壁面上では無渦運動の流速と相殺し、壁面からはなれるにつれて消滅するような、渦度の保存則 $\frac{d\omega}{dt} = \nu \nabla^2 \omega$ に従う流速ベクトルの解と求める。ただし境界層は十分薄く、境界に垂直な方向の速度変化率に対して、平行な方向の変化率は無視できるものとする。そのときには、

①底面付近の渦度は $\omega = \beta_2 \sigma a \coth kh_2 e^{-\beta_2 z} \{ \cos(kx - \sigma t + \beta_2 z) + \sin(kx - \sigma t + \beta_2 z) \}$ と表はされる。ここで $\beta_2 = (\frac{\sigma}{2\nu})^{\frac{1}{2}}$ である。

従って底面におけるエネルギー逸散は、 $\dot{E}_0 = -\mu_2 \int_0^{h_2} \omega^2 dz = -\frac{1}{2} \mu_2 \sigma^2 a^2 \beta_2 (\coth kh_2)^2$

②側壁上から垂直内側にy軸をとる。壁面付近の渦度は、三次元的な運動を考えるためにベクトルとなり下層では、 $\omega_x = a\sigma\beta_2 \frac{\sinh k(z+h_2)}{\sinh kh_2} e^{-\beta_2 z} \{ \sin(kx - \sigma t + \beta_2 z) - \cos(kx - \sigma t + \beta_2 z) \}$, $\omega_z = a\sigma\beta_2 \frac{\cosh k(z+h_2)}{\sinh kh_2} e^{-\beta_2 z} \{ -\sin(kx - \sigma t + \beta_2 z) - \cos(kx - \sigma t + \beta_2 z) \}$

となり、逸散は $-\mu_1 \int_0^{h_1} \omega^2 dy dz = -\frac{\mu_1 a^2 \sigma^2 \beta_2}{2k} \coth kh_2$ と表はされる。上層においても同様の計算より

$-\mu_1 \int_0^{h_1} \omega^2 dy dz = -\frac{\mu_1 a^2 \sigma^2 \beta_1}{2k} \coth kh_1$ と表はされる。ここで $\beta_1 = (\frac{\sigma}{2\nu})^{\frac{1}{2}}$ である。逸散は両サイドでおこるので、単位表面積あたりのエネルギー $\dot{E} = \frac{1}{2}(\rho_2 - \rho_1) g a^2$ に対する、側壁でのエネルギー逸散の寄与は、水路幅を b とすれば、

$$\dot{E}_w = -\frac{a^2 \sigma^2}{b k} (\mu_1 \beta_1 \coth kh_1 + \mu_2 \beta_2 \coth kh_2) \quad \text{と 表 是 され る。}$$

③界面付近では、界面粒の水平方向の変位が完全に拘束されている状態を考える。その条件下では表面波の場合の拘束された表面境界層における手法が、上層、下層各々独立にそのまま適用できて、界面におけるエネルギー逸散は $\dot{E}_F = -\frac{1}{2} \sigma^2 a^2 (\beta_1 \mu_1 \coth kh_1 + \beta_2 \mu_2 \coth kh_2)$ と なる。

④無渦運動の流速による流体内部のエネルギー逸散は、 $\dot{E}_2 = -2a^2 \sigma^2 k (\mu_1 \coth kh_1 + \mu_2 \coth kh_2)$ で表はされる。

さて $\dot{E}_F / \dot{E}_w \approx \frac{b k \coth kh}{\sigma} \approx 0$, $\dot{E}_2 / \dot{E}_w \approx \frac{b k \nu}{\sigma} \ll 1$, $\dot{E}_F / \dot{E}_2 \approx \sqrt{\coth kh} \ll 1$ であり、底面や内部での逸散は、側壁や界面での逸散に比べて無視できる。エネルギー逸散を \dot{E} とすれば、 $\frac{\dot{E}}{E} = C_g \nu \exp\left(\int_0^x \frac{1}{C_g} \frac{d\nu}{dx} dx\right)$ と なる。ここで C_g は群速度、添字0は基準の点を表わす。このようにして計算される波高変化が同時に図3, 4に示してある。基準の点は河線から250cm沖合の点とし、 \dot{E} として \dot{E}_w のみを考えて場合を点線で、 \dot{E}_F のみの場合と一点鎖線で、双方考慮した場合と破線で示す。周期の短いCASE2では波高の低下と比較的よく説明できるが、周期の長いCASE3では粘性逸散はあまり効いてこない。事実、実測波高は反射の影響で変動こそあれ、平均量としてはさほど低下していない。また、短周期(CASE2)では $\dot{E}_F \approx \dot{E}_w$ であるのに対して、長周期(CASE3)では $\dot{E}_F \approx \dot{E}_2$ となっている。

計算に用いた物理定数は $\rho_1 = 0.8g/cm^3$, $\rho_2 = 1.0g/cm^3$, $\mu_2 = 0.01 \text{ Poise}$, $\mu_1 = 0.025 \text{ Poise}$, $g = 980 \text{ cm/sec}^2$ である。

5. 結論

石油と水の二層境界面を伝播する界面の場合、周期の短い場合は特に、粘性による減衰が著しい。これは石油の粘性係数が水のほぼ2.5倍であること、また界面において非常に大きな流速ターンを生ずることなどによる。水路幅が狭い場合には、側壁におけるエネルギー逸散も無視できない。

参考文献(1) Hideki Nagashima: Reflection and Breaking of Internal Waves on a Sloping Beach, J. Oceanographical Society of Japan, Vol. 27, 1971.

(2) Philips, O. M.: The Dynamics of the Upper Ocean, Cambridge U. P., 1967