

京都大学工学部 正 酒井昌郎, 正 志垣雄一, 杉本俊一

1. まえがき 昨年度の海岸工学講演会において、流れによる波の屈折と波高変化に関する数値計算法と簡単な流れの場合に対する理論を紹介した。数値計算結果と理論結果を比較した結果、両者はほぼ一致するが、特性曲線に沿う計算において、その進行とともに次第に両者の値の相違が顕著になることを示した。ここでは、その原因となる数値計算法上の問題について、検討し改良した結果について述べる。

2. 数値計算法の問題点 (1) 波向 流れの中における波向 θ の変化は、波数 k の非回転の条件、運動学的保存式および相対的な波速 C_* を与える微小振幅波の関係から得られる。その関係式を、式(1)で与えられる流速 U 、

$$dx/dt = U + C_* \cos \theta, \quad dy/dt = V + C_* \sin \theta \quad \dots\dots (1)$$

$$d\theta/dt = \partial(q_c + C_*)/\partial x \cdot \sin \theta - \partial(q_c + C_*)/\partial y \cdot \cos \theta \quad \dots\dots (2)$$

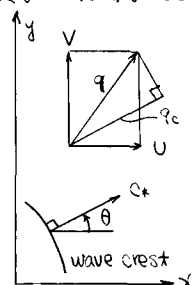
$$q_c = U \cos \theta + V \sin \theta \quad \dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} d\theta/dt = & (-\partial U/\partial y \cdot \cos \theta + \partial U/\partial x \cdot \sin \theta) \cdot \cos \theta \\ & + (-\partial V/\partial y \cdot \cos \theta + \partial V/\partial x \cdot \sin \theta) \cdot \sin \theta \\ & + (-U \sin^2 \theta + V \sin \theta \cos \theta) \cdot \partial \theta/\partial x \\ & + (-V \cos^2 \theta + U \sin \theta \cos \theta) \cdot \partial \theta/\partial y \\ & + (-\partial C_*/\partial y \cdot \cos \theta + \partial C_*/\partial x \cdot \sin \theta) \quad \dots\dots (4) \end{aligned}$$

V と波速 C_* のベクトル和の方向に進行する径路から見た θ の時間的変化で書き改めると、式(2)で与えられるArthur(1950)の関係と若干異なる式が導かれる。

ここで q_c は図-1で示しているように流速の波向方向成分である。その相違は、式(3)の q_c の関係を式(2)に代入して得られる式

(4)中の下線部分が、上述の波数の非回転の条件から得られる関係で

図-1 q_c

は現れない点にある。実際の数値計算においては、式(2)の $q_c + C_*$ の変化率の計算の場合に、計算中の径路の計算点を囲む4つの格子点(図-2)で共通の θ を用いているので、この余分な項は無視したことになる。

つぎに式(4)の第5項を考える。 C_* は式(5)で与えられ、例えば $\partial C_*/\partial y$

$$C_* = (g/k \cdot \tanh kh)^{1/2} \quad \dots\dots (5)$$

$$\partial C_*/\partial y = 1/2 \cdot \{g/k \cdot \tanh(kh)\}^{-1/2} \times$$

$$\times \{g/2\pi \cdot \tanh(kh) \cdot \partial L/\partial y + g \operatorname{sech}^2(kh) \cdot (-kh/4\pi \cdot \partial L/\partial y + \partial h/\partial y)\} \quad \dots\dots (6)$$

$$L = gT^2/2\pi \cdot \tanh(2\pi h/L) \cdot (1 - TU \cos \theta/L)^{-2} \quad \dots\dots (7)$$

$$\begin{aligned} \partial L/\partial y = & gT^2/2\pi \cdot \operatorname{sech}^2(kh) \cdot (k \cdot \partial h/\partial y - k^2 h/2\pi \cdot \partial L/\partial y) \times \\ & \times (1 - TU \cos \theta/L)^{-2} \end{aligned}$$

$$- gT^2/\pi \cdot \tanh(kh) \cdot (1 - TU \cos \theta/L)^{-3} \times$$

$$\times (TU \sin \theta/L \cdot \partial \theta/\partial y - T \cos \theta/L \cdot \partial U/\partial y + T U \sin \theta/L \cdot \partial \theta/\partial y) \quad \dots\dots (8)$$

を計算すると式(6)

のようになる。式

(6)中の $L=2\pi/k$

は流れの中における

波長であって、その

表現は波数の運動学

的保存式より、簡単のために $V=0$ とすると、式(7)

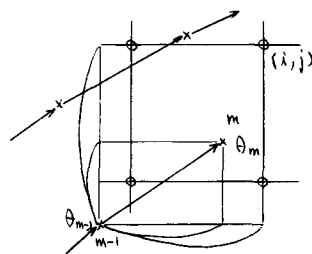
で与えられる。ここで T は流れのない領域での波の

周期である。これから $\partial L/\partial y$ を計算すると、式(8)

のようになり、 C_* の変化率の項も θ の変化率の項

$T \cdot U \sin \theta/L \cdot \partial \theta/\partial y$ を含んでいることがわかる。すなわち数値計算では、式(4)の第5項中に含まれる θ の変化率の効果も無視したことになる。

このように、流れによる波の屈折の場合には、波向の変化を与える式(2)の右边中に、求めるべき波向 θ の変化率が含まれており、これが水深変化のみによる屈折の場合との大きな相違である。そのため、Noda(1974)は式(2)のような変形をせず、波数の非回転の式を直接格子点上で解く方法をとっている。ただしNodaの方法では、沖側境界の他にいずれかの側方境界で境界条件を設定するか、又は沿岸方向に現象が周期的であるという条件を加える必要があるので、この方法は現実的ではない。Noda自身も、このような条件が不要で、ここで扱

図-2 格子点 (i, j) における θ の値の補間

っているような冲刷境界条件のみでよい特性曲線に沿う方法の方が好ましいと述べている。ただしここで扱っている方法は上述のような問題を含んでいる。

(2) 波高 波高の変化は、式(9)で与えられる流速と流れに相対的な波の群速度 C_{gx} のベクトル和の方向に進行

$$\begin{aligned} dx/dt &= U + C_{gx} \cdot \cos \theta, \quad dy/dt = V + C_{gx} \cdot \sin \theta \quad \dots (9) \\ dE/dt &= E \left[\partial U / \partial x + \partial V / \partial y + \partial C_{gx} / \partial x \cdot \cos \theta + \partial C_{gx} / \partial y \cdot \sin \theta \right. \\ &\quad + C_{gx} \cdot (-\sin \theta \cdot \partial \theta / \partial x + \cos \theta \cdot \partial \theta / \partial y) \\ &\quad + \{ C_{gx} / C_* \cdot \cos^2 \theta + 1/2 \cdot (2C_{gx} / C_* - 1) \} \partial U / \partial x \\ &\quad + C_{gx} / C_* \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot (\partial V / \partial x + \partial U / \partial y) \\ &\quad \left. + \{ C_{gx} / C_* \cdot \sin^2 \theta + 1/2 \cdot (2C_{gx} / C_* - 1) \} \partial V / \partial y \right] \quad \dots (10) \end{aligned}$$

θ の変化率の効果も無視したことになる。

3. 数値計算法の改良 波向の変化の式(2)を用いて図-2の点 m のつぎの計算点 $m+1$ での θ の値を計算する場合、 C_* の変化率の値は図-2の計算点 m を囲む4つの格子点での C_* の値から求めるが、その際4つの格子点での θ の値は、2. で述べたように共通の値ではなく、 θ の変化をも考慮して別々の値を用いる必要がある。図-2の上側の径路の計算点についてはすでに計算が終了しており、現在計算中の径路は点 m までで終わっている。さらに下側の径路はまだ未計算である。4つの格子点での θ の値はこれらのうちで計算の終わっている計算点での波向 θ の値から補間して求めることにする。補間の方法としては多くのものが考えられるが、ここでは最も簡単な一次補間を考へる。この場合、補間すべき格子点の辺傍の計算点の3つの計算点での θ の値を用いるのは格子点での θ の値は補間できるが、ここでは数値計算の簡単さから、現在計算中の径路の1つ前の計算点 $m-1$ でのすでに計算された θ の値 θ_{m-1} と点 m での値 θ_m から補間することにした。図-2には、例として右上の格子点 (x, y) における補間の様子を示しているが、他の格子点の場合も含めて、一般に x, y 2方向の補間が考えられる。(したがって両者による補間値の平均値によつて、最終的な補間値とした。なお、波高の変化式(10)中の C_{gx} の変化率の計算においては、すでに計算のつちた波向計算結果を用いて、計算点を囲む4つの格子点での θ の値を補間した。図-3は、上述の改良も行なつた数値計算法によつて求められた結果と、従来の計算結果とを比較したものの一例である。この場合は、水深が $5m$ と一様な単涵管で、図の上部に示したような y 方向に一樣に増加する x 方向成分 U のみの流れに波高 $1m$ の波が斜めに入射(x の正の軸から反時計回りに 150°)した場合である。従来の計算方法による結果に比べて、修正した方法による計算結果は理論結果とはほぼ一致しており、とくに波高の計算結果における改良の効果は顕著である。

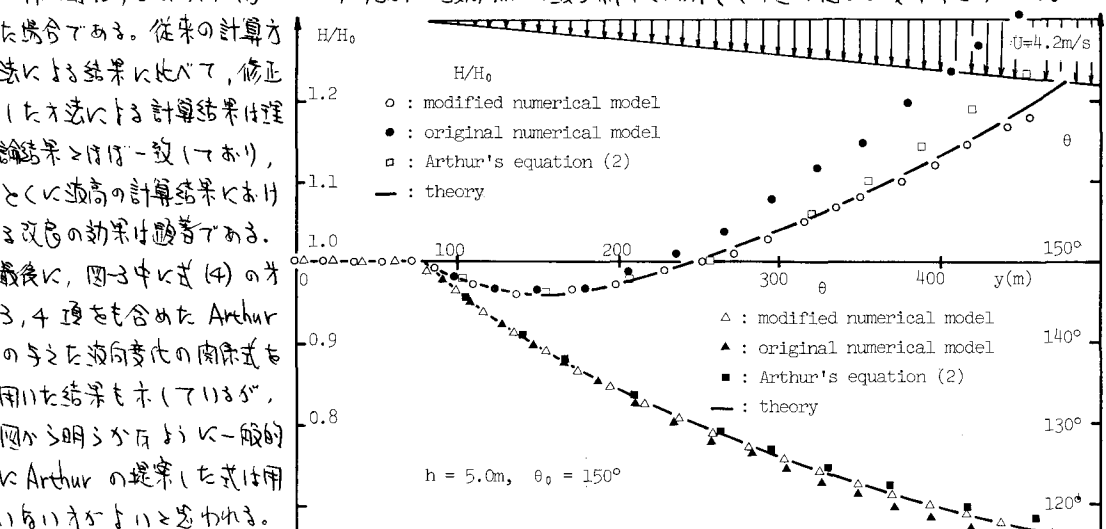


図-3 数値計算結果の例