

東京都立大学工学部
同

正員 〇 佐 川 浩
正員 宇 井 正 和

1. 総言 水力発電所の調圧水槽と貯水池を結ぶ管内の流体振動は速度の2乗に比例する減衰項を導入することにより解かれてゐるが、その比例定数の求め方についてはあまり述べられていない。連結管内の流体振動を考へる場合、管路両端で静水圧分布を仮定すると、断面急変の影響を表現できないから、筆者等は運動量方程式と厳密に適用することにより一様管路部の壁面抵抗に起因する部分と、断面急変部に起因する部分とに減衰係数を分離できることを見出した。前者についてはU字管振動の減衰率の実測により対応する係数を求め、後者についてはWeisbachによる管内オリフィスの損失係数から得られた値を用いた。図-2に示す連結管振動における実験結果と比較し、良好な一致をみた。

2. 疑似定常の仮定による連結管振動

図-2の一様管路部の流体に対し、軸対称、軸方向運動の一様性を仮定すると軸方向局所流速 $u(r, t)$ は次式を満足する¹⁾。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho g} + h \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad \dots \dots \dots (1)$$

$2\pi r dr$ を束し、管軸から管壁まで積分すれば次式が得られる。こゝに r_0, V, τ_0 はそれぞれ管半径、断面平均流速、壁面剪断応力を表わす。

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -g \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho g} + h \right) + \frac{2}{r_0} \frac{\tau_0}{\rho} \quad \dots \dots \dots (2)$$

一様管路両端での静水圧分布を仮定すれば、重力水勾配 $-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho g} + h \right) = -\frac{\xi}{l} \left(\frac{a_1 + a_2}{A_1 + A_2} \right) = -\frac{\eta^2}{g} \xi$ 、 η は疑似定常の仮定から Darcy-Weisbach 公式を準用すれば $2\tau_0/(g r_0) = f V^2/(4 r_0)$ 、更に $\tau_0 = \eta \tau$ 、 $\xi_* = \xi/r_0$ により無次元化した式(2)は次式に変形される。但し η は正流、 $-\eta$ は逆流に対応。

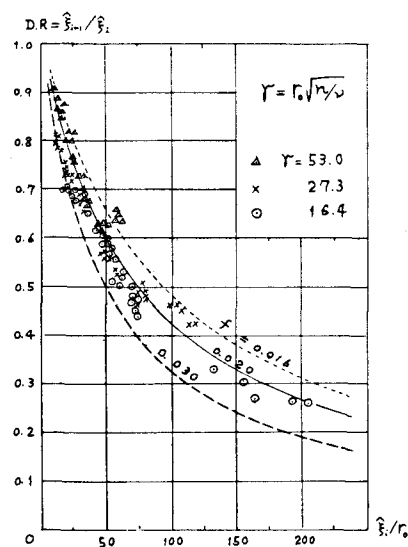
$$\frac{d^2 \xi_*}{dt_*^2} \pm \frac{f}{4} \left(\frac{d \xi_*}{dt_*} \right)^2 + \xi_* = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

$m = f/2$ と置換すれば式(3)は積分した無次元振幅 ξ_0 の極大値から始り極小値 ξ_1 まで終る半周期の振動に²⁾ なる。 ξ_0, ξ_1 は次式を満足する²⁾。

$$\ln(1+m\xi_1) - (1+m\xi_1) = \ln(1+m\xi_0) - (1+m\xi_0) \quad \dots \dots \dots (4)$$

大振幅U字管実験による peak to peak の1周期減衰率を式(4)による計算値と比較した結果を図-1に示す。best fit は f の値は0.02であつた。

図-1. (U字管振動に基く摩擦損失係数 f)



3. 連結管振動に与える断面急変部の影響

連結管系に与える大水槽と断面積 A_1, A_2 の一様管路と想定す。自由水面と水槽底近傍との間に次式が成立つ。すなわち P_i' は底面近傍の圧力を表す。

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\eta^2}{g}(H_1 - \xi_1) \cdot \xi_1 &= (H_1 - \xi_1) - \frac{P_i'}{\rho g} & \frac{P_i'}{\rho g} &= (H_1 - \xi_1) \left(1 + \frac{\eta^2}{g} \xi_1\right) \\ -\frac{\eta^2}{g}(H_2 + \xi_2) \cdot \xi_2 &= -(H_2 + \xi_2) + \frac{P_2'}{\rho g} & \frac{P_2'}{\rho g} &= (H_2 + \xi_2) \left(1 - \frac{\eta^2}{g} \xi_2\right) \end{aligned} \right\} \dots \dots (5)$$

大水槽底面近傍と一様管路端部との間に運動量方程式を適用し、管路両端の圧力 P_i と式(5)の P_i' との関係を求める。 P_{0i} は水槽底面上の圧力とすると、

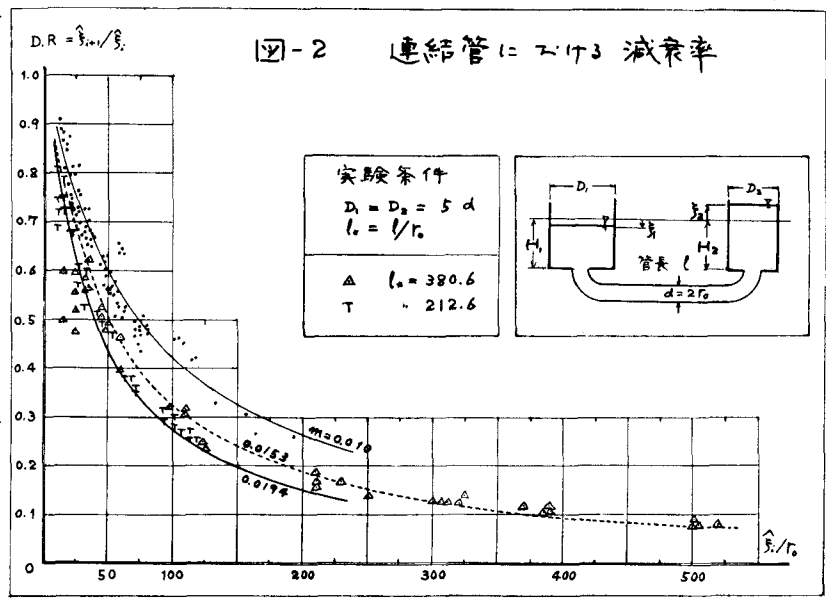
$$\left. \begin{aligned} A_1(P_i' - P_i) - P_i &= \rho V_1 A_1 (V - V_1), & \text{但し } P_i &= \int_{A_1-a} (P_{01} - P_i) dA \\ A_2(P_2 - P_2') + P_2 &= \rho A_2 V_2 (V_2 - V), & P_2 &= \int_{A_2-a} (P_{02} - P_2) dA \end{aligned} \right\} \dots \dots (6)$$

式(5), (6)より P_i' を消去し、管路両端の重力勾配線の差 $(\frac{P_1}{\rho g} + h_1) - (\frac{P_2}{\rho g} + h_2)$ と式(2)に代入す。 $\omega/\rho g = (P_1/A_1 - P_2/A_2)/\rho g = C V^2/2g$ と置くことにより次式が得られる。

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} \pm \left(\frac{f}{4} + \frac{C}{2l} \right) \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 + \left\{ 1 - \left(\frac{a}{A_1} \frac{H_1}{l} + \frac{a}{A_2} \frac{H_2}{l} \right) \right\} \cdot \xi = 0 \dots \dots (7)$$

図-2 に示す実験条件は $D_1 = D_2 = 5d$, $l_x = 380.6$ 及び 212.6 である。 $\omega/\rho g$ は面積比 $1/25$ の管内トリリスの損失水頭に相当する。 Weisbach の実験公式から損失係数

を求めるに $k_L = C_0 \frac{V^2}{2g}$ として C_0 は 1250 であり、一様管路の速度水頭で表現す。 $C = C_0 \times \left(\frac{a}{A}\right)^2 = 2.0$ である。
 $l_x = 380.6$ 及び 212.6 に対し、 $f = 0.02$ から m を計算すると $m = 0.0153$ 及び 0.0194 となる。
 この m に対応する計算値と実験値の合致は良好で、更に資料を加えることにより興味ある結果が期待される。



[謝辞] 本研究は昭和52年度文部省科研費(代表者 堀川清司教授)によるものであることを付記し、深甚なる謝意を表す。

[参考文献] 1) 安川、田川 “管内自由振動流に関する基礎的研究” 土木学会論文集 208号
 2) 本間 仁 “水理学” 丸善