

京都大学理学部 正会員 土屋義人
 岐阜大学工学部 正会員 安田孝志
 京都大学理学部 正会員 山下隆男

1. 緒言 有限振幅波の質量輸送については、1847年 Stokes によつて Lagrange 座標での質量輸送の存在が示されて以来、今日まで数多くの研究がなされてきたが、波速の任意性に伴う問題や波浪水槽自体に起因する問題のため、進行波の質量輸送の特性にまだ不明点があるように思われる。ここでは、著者らがこれまで実施してきた研究の成果から、著者らの進行波による質量輸送に対する見解を明らかにしたい。

2. 質量輸送に関する理論的取扱い これまでの取扱いとしては、非粘性非回転流体場におけるものおよび水面や水槽での粘性効果を考慮したものがあり、前者については Stokes によるものが著名であり、それは周知のように Stokes の波速の定義に依存して次式で表される。

$$\text{Stokes の波速の}\alpha\text{1定義: } \bar{U}_H = 4\bar{U}/H^2 \eta k = \cosh 2kz/2 \sinh^2 kh, Q = (\rho c H^2/4T) \cosh kh, \bar{U} = 0 \quad (1)$$

$$\text{Stokes の波速の}\alpha\text{2定義: } \bar{U}_H = 4\bar{U}/H^2 \eta k = \cosh 2kz/2 \sinh^2 kh - \cosh kh/2kh, Q = 0, \bar{U} = -\rho k H^2 \cosh kh/8kh \quad (2)$$

ここに、 $\bar{U}$ および $\bar{U}_H$; Lagrange および Euler 座標における質量輸送速度、 H ; 波高、 h ; 平均水深、 $\eta = 2\pi/T$, T ; 周期、 $k = 2\pi/L$, L ; 波長、 Q ; 質量流束、および z ; 水深を原点とする鉛直座標である。これより、Euler 座標では波の進行方向に質量輸送速度は存在しないが、水面変動に伴つて質量流束が存在し、それは Lagrange 座標での質量輸送速度を水深から水面まで積分して得られる全輸送量に等しいことがわかる。また、クノイド波については、Le Méhauté や Laitone の理論を用いて一つの表示を得ているが、孤立波への接続に問題のあることから、著者らが Laitone の理論を用いて計算した結果を示せば、次式のようなものである。

$$\text{Stokes の波速の}\alpha\text{1定義: } \bar{U}/\eta h = (H/h)^2 \{-(E/F)\{3(E/F)+2k^2-4\}+k^2-1\}/3, Q/\rho \eta \eta h = \bar{U}/\eta h, \bar{U} = 0 \quad (3)$$

$$\text{Stokes の波速の}\alpha\text{2定義: } \bar{U}/\eta h = 0, Q/\rho \eta \eta h = 0, \bar{U}/\eta h = -(H/h)^2 \{-(E/F)\{3(E/F)+2k^2-4\}+k^2-1\}/3 \quad (4)$$

ここに、 F および E はそれぞれ α1 種および α2 種の完全楕円積分であり、 k はその母数である。さらに、著者らが提案している減衰せつ動法による擬 Stokes 波理論およびクノイド波理論によれば、質量輸送速度 $\bar{U}$ はそれぞれ次式のように表される。

$$\bar{U}/\eta h = (\lambda_0^2/16) \{1 - (1/2)(2\pi h/L)^2\} + (\lambda_0^2/8)(\eta h/c) \{1 + (2/3)(2\pi h/L)^2\{3(E/F)^2 - 1\}\} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bar{U}/\eta h = & (\lambda_0^2/6k^2) \{1 + 2(c/\eta h)^2\} \{-(E/F)\{3(E/F)+2k^2-4\}+k^2-1\} + (\lambda_0^2/20k^2) \{35(E/F)^2\{E/F+k^2-2\} + (E/F)(6k^2-4)(k^2+4) - 3(k^2-3k^2+2)\} \\ & + (2\lambda_0^2/5k^2)(c/\eta h)^2 \{2(E/F)(k^2-k^2+1) - k^2+k^2-2\} + (\lambda_0^2/10k^2)(c/\eta h)^2 \{5(E/F)^2\{E/F+10k^2-17\} + (E/F)(12k^2-57k^2+47) - 6k^2+13k^2-17\} \\ & + (\lambda_0^2/15k^2)(c/\eta h)^2 \{15(E/F)^2\{E/F+k^2-2\} + (E/F)(4k^2+19k^2+19) - 2k^2+6k^2-4\} \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 λ_0 および λ は α1 次近似においてそれぞれ H/h に対応する展開パラメータである。なお、これらの理論では、速度ポテンシャルおよび水面変動が同一特性曲線において一定値を取るとして展開されている結果、Euler 座標においても質量輸送速度が存在し、それぞれ次式のように表される。

$$\bar{U}/\eta h = (\lambda_0^2/16) \{1 - (1/2)(2\pi h/L)^2\} \quad (7)$$

$$\bar{U}/\eta h = (\lambda^2/6k^2) \{-(E/F)\{3(E/F)+2k^2-4\}+k^2-1\} + (\lambda^2/20k^2) \{35(E/F)^2\{E/F+k^2-2\} + (E/F)(6k^2-4)(k^2+4) - 3(k^2-3k^2+2)\} \quad (8)$$

このように、著者らの取扱いでは、非線形効果によつて Lagrange 座標のみならず、Euler 座標においても平均速度が生じ、これによつても質量が輸送されることを示される。こうした平均速度が生じる物理的根拠は明らかではなく、なお検討すべき点もあろうが、Euler 座標において輸送現象を考える場合には都合が良からう。

一方、後者については、Longuet-Higgins および Huang らによつて研究されてきたが、それは次式で表される。

$$4\bar{U}/H^2 \eta k = (1/\sinh^2 kh) \{3 + 2 \cosh 2kz + 3 \cosh \{3(z/h)^2 - 2(z/h)\} \sinh 2kh + 3\{z/h\}^2 - 2(z/h)\} \sinh 2kh/2kh + 3/2 \quad (9)$$

なお、この場合についても任意性の問題は生じており、上式は Stokes の流速の $\gamma/2$ 定義によ、ていので、全質量輸送量はゼロと見、ており、このときの質量輸送は、周知のように水面および水底付近のみで行われることになる。

3. 質量輸送の実験値との比較 これまでの質量輸送に関する実験結果としては、Longuet-Higgins の理論の検証を件、に Russell によるものが著名である。それは、端部のある通常の波浪水槽において、造波開始後十分時間が経過し、境界層からの渦度の拡散が十分定常には、定状態に達したとして測定されたものであり、Longuet-Higgins の結果とよく一致したと述べられている。これに対し、反射波の影響を除去するという立場から、造波直後の散波を除いたその後の散波を用いた場合での実験結果としては、図-1 に示す土屋ら¹⁾によるものや最近では平山の研究がある。これより、渦度の拡散が十分定常段階では、粘性の効果を無視した式(2)による結果がよく対応することがわかる。このように、従来の波浪水槽による結果では、いずれの場合ももとより流れのために質量流束がゼロとなり、流速の $\gamma/2$ 定義を用いた理論結果と対応することがわかる。この点について、著者らはすでに水槽端部の影響を指摘し、定形進行波による

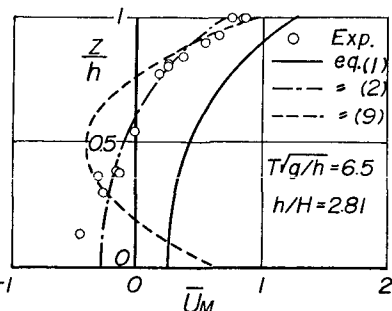


図-1 土屋による実験結果と従来の理論結果の比較

質量輸送の実験では端部の影響を除去した水槽を用いることが必須であることと述べるとともに、新波浪水槽を試作し、質量輸送に関する実験を行った²⁾。図-2 は、この水槽によ、て波形および質量輸送の一様性および定常性が確保された場合の鉛直分布を示したものである。これから、従来の結果と大きく異なり、全断面にわた、て質量の輸送が行われ、そのオーダーも著者らの理論と対応することがわかる。その後、著者らは、従来の波浪水槽において、底部を二重床として、その上部と進行波、下部は質量輸送によるもとより流れ用とし、端部に完全に無反射で消波させる消波装置を取り付けた水槽を試作することになり、同一の波の条件に対して下部水槽の開口部を開じた場合と開じない場合とで実験を行った。図-3 はその結果を示したものであり、これから、端部の拘束のある場合には、図-1 と対応した結果が得られるのに対し、拘束を除去した場合には、図-2 に比べてそのオーダーは小さいが、全断面にわた、て質量が輸送され、水槽端部の条件に応じて質量輸送の特性が著しく変化することがわかる。このように、質量輸送は用いる理論および実験条件に応じて大きく変化するため、これまでの理論および実験結果を用いる場合には、それらどのような条件に对应するものであるかを明らかにしておくことが重要と言えよう。

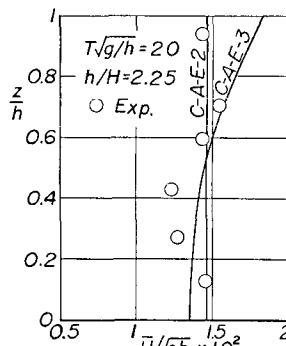


図-2 新波浪水槽による実験結果と理論結果との比較

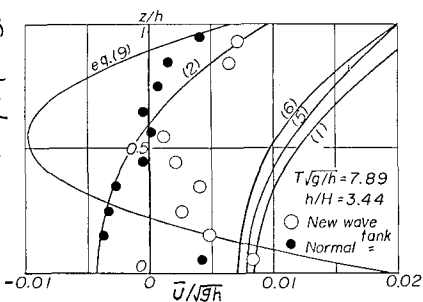


図-3 水槽端部の条件と質量輸送との関係

4. 結 語 以上、本報告によ、て、端部による波動の場の拘束のためにもとより流れが生ずると考えられる場合に対しては、 $\gamma/2$ 定義による理論の適用が考えられ、一方どうした拘束のない場合に対しては、 $\gamma/1$ 定義による理論あるいは著者らの理論の適用が考えられることが明らかとなった。言うまでもなく、 $\gamma/1$ 定義による理論と著者らの理論のいずれがより適当かという点については、今後、さらに詳細は検討が必要であるが、定形進行波の質量輸送は全断面にわた、て進行方向に存在するという事実は強調されてよいだろう。

参考文献 1) 土屋義人・岡村隆：進行波における質量輸送に関する基礎的研究、昭和47年関西支部年次講演会報告書
2) 土屋義人・岡村隆・山下隆男：新波浪水槽による有限振幅波の波係・質量輸送係数について、昭和48年水工学研究