

鹿児島大学工学部海洋土木開発工学科 正会員 吉原 進

1. はじめに

波浪の卓越周期に近い比較的大きな固有周期を持つ可撓性の円柱脚は、波浪によって大きな振幅のたわみ振動を行うことになるが、このような円柱脚に作用する波力およびこれが海水から受ける流体抵抗力は、この円柱脚が振動しやすいものであるだけに、より正しく評価されねばならない。ところがこのような場合の波力、流体抵抗力は円柱脚も運動しているために、複雑な相互作用により生ずることになり容易にこれを把握できない。筆者はこのような問題に対し、円柱脚の応答量を計測して、これから円柱脚に作用する波力を評価するという方法で実験・解析を行い、その一部をすでに発表¹⁾し、可撓円柱脚に作用する波力は水粒子加速度と同位相のものが卓越することが多いことをはじめ、Morison 波力との類似点、相異点等を指摘した。ここでは同様な実験を各種パラメータを変化させて得た波力、これら波力から Morison 波力と類似の表現をした場合の質量力係数、抗力係数を算定する方法とその結果および流体抵抗力に関連して行った実験結果等を簡単に述べる。

2. 可撓円柱脚の運動方程式

波浪の作用を受けて振動する円柱脚を図-1で表わす。この振動系を厳密に解析することは非常に困難であるので、実験結果を参考しながら、各種仮定を設け結果的には自由度線形振動系で抽象して解析した。

まず波浪は図の X 方向に進行・通過するものとし、円柱脚の振動は X-Y 面内に限る。また円柱は質量のある連続体であるから、理論的には無数の基準振動が存在する。しかし今問題にしている振動系では、1 次の固有振動数を 1 Hz 前後としているので、頂部重錘が相当大きくなり、波浪による応答を問題にする限り結果的には円柱の質量は無視できる。したがって円柱脚は波力、流体抵抗力を受ける質量のない「ばね」と考えていることになる。

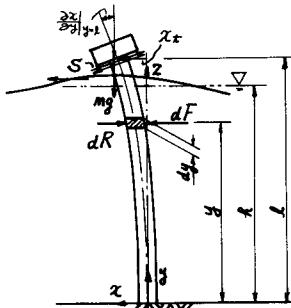


図-1. 可撓円柱脚のモデル図

この円柱脚の没水部 dy に作用する波力 dF と流体抵抗力 dR を Morison の波力式に従って

$$\left. \begin{aligned} dF &= C_m \frac{w}{g} \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} dy + C_d \frac{w}{g} \frac{D}{2} u |u| dy \\ dR &= C_m' \frac{w}{g} \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} dy + C_d' \frac{w}{g} \frac{D}{2} \frac{\partial x}{\partial t} \left| \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \right| dy \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

と表わす。ここに、u, $\partial u / \partial t$ は水粒子速度、水粒子加速度、 $\partial^2 x / \partial t^2$ は円柱 dy 部分の応答速度、応答加速度、 C_m, C_d は質量力係数、抗力係数、 C_m', C_d' は付加質量係数、抗力（減衰）係数、D は円柱直径、w は水の単位体積重量、g は重力加速度である。

いま規則波としては、その水面変動が $\eta = H/2 \cdot e^{i\omega t}$ で表わされる微小振幅波を考え、かつ円柱のたわみ曲線としては、片持ばりの頂部集中荷重によるもの（ $\alpha_3(k)$ の三次関数）を用いることにして、式(1)の dF, dR はともに $\alpha_3(k)$ の関数で与えられる。すなはちこれらの鉛直分布形状が与えられることになる。するとこれらの力および円柱頂部のせん断力 S による円柱頂部の変位 x_t は若干の演算により次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{3EI}{l^3} \ddot{x}_t &= S + C_m w \frac{\pi D^2}{4} \frac{H}{2} \alpha_3(k) i e^{i\omega t} + C_d w \frac{D}{2} \frac{H^2}{4} \alpha_3(k) e^{i\omega t} \\ &\quad - C_m' \frac{w}{g} \frac{\pi D^2}{4} h \alpha_3(k) \dot{x}_t - C_d' \frac{w}{g} \frac{D}{2} h \alpha_3(k) \dot{x}_t |x_t| \end{aligned} \quad (3)$$

ここに、EI は円柱脚の曲げ剛性、k は規則波の波数、 \dot{x}_t, \ddot{x}_t は円柱脚頂部の速度、加速度、 α_1, α_2 は k/l のみに関する無次元定数（詳細省略）、 $\alpha_3(k)$ 、 $\alpha_4(k)$ は k と h/l に関する無次元定数（詳細省略）である。

つきに、円柱頂部の重錘の質量を m とすれば、円柱の軸力 mg を考慮したとき、この重錘の運動方程式は

$$m\ddot{x}_t = mg \cdot \dot{x}_t |_{y=0} - S \quad (4)$$

となる。上式に式(3)を適用すれば、結局この振動系の運動方程式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_t + C_m \frac{w}{4} \frac{\pi D^2}{4} h \alpha_1 \dot{x}_t + C_d \frac{w}{2} \frac{D}{2} h \alpha_2 \dot{x}_t |\dot{x}_t| + 3 \left(\frac{EI}{L^3} - \frac{mg}{2L} \right) x_t \\ = C_m w \frac{\pi D^2}{4} h \frac{H}{2L} \alpha_3(k) i e^{iwt} + C_d w \frac{D}{2} \frac{H^2}{4} \alpha_4(k) e^{iwt} \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、上式には円柱のたわみ振動に伴う内部粘性減衰力（空気中における系の減衰力に相当）を $C_d \dot{x}_t$ なる形で付加している。上式の左辺第3、第4項が流体抵抗力を表わすが、今回の実験に用いた値により、これらを試算すると非常に小さくなり（例えば $C_m = 1.0$ としても第3項の係数は m の数%となる）、ここで問題にしているような場合にはそれらの影響は極めて小さいものであることがわかる。したがって第4項目は等価減衰係数を用いて線形化できる。

3. 実験と結果の概要

今回行った実験は、規則波による波浪実験と自由振動実験および起振器による強制実験である。まず波浪実験は先に報告したとの同様な実験で、円柱脚模型に関するパラメータを増したものである。自由振動実験は、頂部重錘を適宜加えた円柱脚模型を空気中および水中（水深は波浪実験と同様に85cm）において、初期の変位レベルを適当に変えて実施し、これから得られる重錘の加速度減衰曲線より各模型の固有振動数、減衰定数を求め、それより C_m 、 C_d を算出しようとしたものである。起振器による強制振動実験は、波浪中で振動する円柱脚と類似のモードで振動させるために、水深85cmの小型水槽中に設置された円柱模型頂部に起振器を設置して行った。この場合起振器としては、各円柱模型の固有振動数（1Hz前後）の振動数を十分にカバーできる調和低周波起振力の発生が可能なものが必要となる。そこでいわゆる動電型の起振器を作成し、この励磁コイル側を円柱頂部に、同コイル内を貫通する駆動コイルを空中に各々固定して、円柱脚の変位モードに影響を与えない状態で実験を行った。この場合は式(5)の右辺を起振力 F に置き換え、この F に対する応答加速度を計測することによって付加質量力、抗力（減衰力）を求める、これから C_m 、 C_d を求めるようとしたものである。

以下に、実験結果から2~3例を示す。まず表-1は空中、水中における自由振動実験の結果であるが、 m が最小の場合を除き、 m に比べ付加質量、円柱の粘性減衰力に比べ抗力（減衰力）が相対的に小さく、 f_0 、 ζ に明瞭な差は現われていない。そこで、波浪実験において C_m 、 C_d を近似的に0として式(5)左辺の虚数部、すなはち質量力(F_m)を求めた。これは規則波の周波数に対するほぼ一定とみなせたので、この平均値と実験に関連するパラメータで作った無次元数との関係を示すと図-2となる。 D 、 EI 、 H 等をかたり大幅に変えているが、それら両者にはほぼ比例関係がある。この質量力から C_m を求めるところに示すようにほぼ一定で2.2~2.4となる。これはK.C.数より、図のようにReynolds数との間に有意な関係があるようであった。その他の結果は講演時にゆずる。

最後に本研究を実施するに当たり、動電型起振器について御教示を頂いた日本大学理工学部川西講師、同製作に御協力頂いた当学科中村、雙甲両技官、今村元卒論生に謝意を表するものである。

表-1. 自由振動実験の結果 $D=3.2\text{cm}$

m (g/m ³)	初期 条件	f_0 (Hz)		ζ (%)	
		空中	水中	空中	水中
14.59	4.24	0.382	0.385	2.8	3.1
	50	0.377	0.382	2.6	2.6
	4	0.538	0.537	2.1	2.1
11.03	50	0.530	0.533	1.8	1.9
	4	0.743	0.745	1.7	1.7
	4	0.743	0.745	1.7	1.7
7.55	50	0.738	0.731	1.5	1.6
	4	1.128	1.114	1.8	1.9
	4	1.128	1.114	1.6	1.6
4.03	50	1.108	1.105	1.6	1.6
	4	2.578	2.585	2.4	1.6
	4	2.578	2.585	2.4	1.6
0.51	50	2.448	2.448	2.8	3.3
	4	2.448	2.448	2.8	3.3

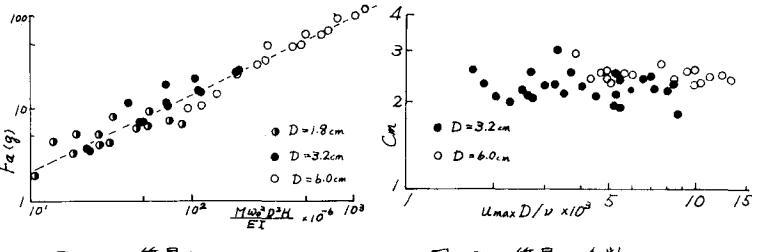


図-2. 質量力

図-3. 質量力係数

1)吉原:可とう円柱脚に作用する規則波の波力, 第24回海工講演会論文集(1977), pp.362~366.