

東京電力 K K 白井伸一 埼玉大学 池田駿介, 中村玄昭

1. 序

円筒形状を有するタンクが鉛直方向の外力を受けた場合、水平方向と鉛直方向外力を同時に受けた場合について液面動揺および圧力分布を理論的に並びに実験的検討を行った。鉛直方向外力を受ける場合については線型理論では求まらない波高、動水圧分布を非線型理論を用いて求めた。以下にその概略について説明する。

2. 理論

図1で示された系に鉛直変位 $A \cos N\omega t$ を加える。ただし N は正の数で液面動揺の角周波数が ω のとき、外力の角周波数は $N\omega$ となる。従って $N > 1$ のとき液面動揺は subharmonic, $N = 1$ のとき harmonic, $N < 1$ のとき superharmonic 応答となる。図1に示した座標系で運動を支配する方程式は Laplace の式であり、境界条件は

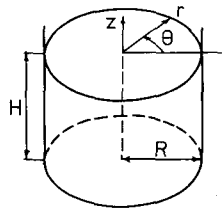


Fig.1. Coordinates system.

タンクの壁と底: $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$ (1)

自由表面: $\frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{z=\eta} - (g - N^2 \omega^2 \cos N\omega t) \eta - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{r \partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} = 0$ (2)

$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} - \frac{\partial \phi}{\partial z}$ (3)

となる。境界条件を線型化した場合の速度ポテンシャル中の解は

$$\phi = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} J_m(\lambda_{mn} r) \frac{\cosh \lambda_{mn}(z+h)}{\cosh \lambda_{mn} h} (C_1 \sin m\theta + C_2 \cos m\theta) \cdot T(t) \quad (4)$$

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \lambda_{mn} \tanh \lambda_{mn} h (g - N^2 \omega^2 A \cos N\omega t) T = 0 \quad (5)$$

となり、 λ_{mn} は $dJ_m(\lambda_{mn} r)/dr|_{r=R}$ の根である。式(4)は Mathieu 方程式であり、 $T(t)$ の値が安定となるか不安定となるかによって液面動揺のモードを決定することができる。実際に Mathieu

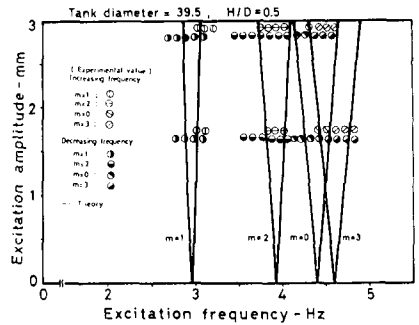


Fig.2. Regime of surface instability.

図を描いて見ると $1/2$ -subharmonic 応答が発生する領域以外の領域は狭く、又実験でもこの応答のみが観察された。図2は $1/2$ -subharmonic 応答に対応する液面動揺の各モードの発生域と実験値をプロットしたものであり、よい一致が見られる。

以上のような線型理論では発生するモードの形態とその領域は知ることができず、液面動揺の起す不安定領域ではポテンシャル中の値が発散してしまうので水面変化や動水圧の値を有限値として求めることができません。この値を知るには非線型理論が必要となる。このとき境界条件(1)を満足する Laplace 方程式の解は次のように書くことができる。

$$\phi = \alpha_0(t) + \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{mn}(t) J_m(\lambda_{mn} r) \cos m\theta \frac{\cosh \lambda_{mn}(z+h)}{\cosh \lambda_{mn} h} \quad (6)$$

$$\eta = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}(t) J_m(\lambda_{mn} r) \cos m\theta \quad (7)$$

α_{mn} , a_{mn} の値を非線型の境界条件(2), (3) から求めればよい。式(6), (7)とこれらの境界条件に代入し、 θ に

関して Fourier 展開を行いオーガー比較を行って三次のオーガーまでの計算を行えば、次の解を得る。

$$\eta = a_0 J_0(\lambda_{01} r) + a_{11} J_1(\lambda_{11} r) \cos \theta + a_{21} J_2(\lambda_{21} r) \cos 2\theta$$

$$= (A_{00}^2 + A_{02}^2 \cos 2\delta t) J_0(\lambda_{01} r) + A_{11} \sin \delta t J_1(\lambda_{11} r) \cos \theta + (A_{20}^2 + A_{22}^2 \cos 2\delta t) J_2(\lambda_{21} r) \cos 2\theta \quad (8)$$

又、中に関する係数についても次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= -\frac{1}{2} \{0.11934 - (0.05968 \lambda_{11}^2 + 0.05967)\} A^2 \delta^2 - \frac{1}{2} \{-0.11934 - (0.05968 \lambda_{11}^2 + 0.05967)\} A^2 \delta^2 \cos 2\delta t \\ \alpha_{01} &= \frac{1}{\lambda_{01} \tanh \lambda_{01} h} (2\delta A_{02}^2 - 0.13153 \lambda_{11}^2 A^2 \delta^2) \sin 2\delta t \\ \alpha_{21} &= \frac{1}{\lambda_{21} \tanh \lambda_{21} h} (2\delta A_{22}^2 - 0.24133 \lambda_{21}^2 A^2 \delta^2) \sin 2\delta t \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

となる。但し A_{ij} は A によって表わされるが複雑であるのでここでは述べない。図3はこのようにして求められた無次元化された波高 η_0 と無次元周波数 ω/ω_{11} の関係を $1/2$ subharmonic の第一次非対称モードについて示したものであり、実験によって求められた応答の特性を比較よく示している。図4はある時刻における波形と動水圧分布を示したものであり、実験の理論値は実験値と一致している。

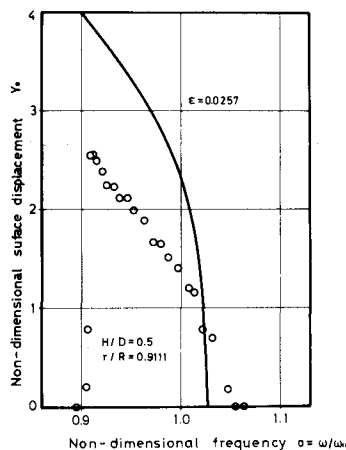


Fig.3. Response curve for wave height.

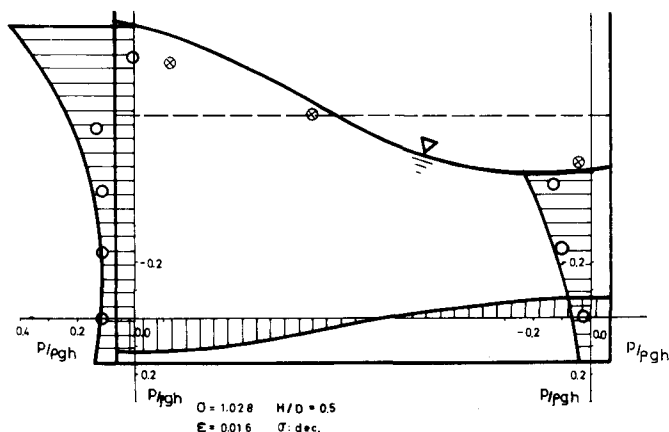


Fig.4. Wave profile and pressure distribution.

3. 実験

実験には水平と鉛直方向の同時加振が可能で島津サーボバルサ-EHV05/05を用い、アクリル樹脂製の直径39.5cm、高さ60cm、厚さ5.5mmの円筒タンクを用いた。波高の測定には抵抗線式水位計を圧力の測定にはST研究所KKのPM-25型圧力計を用いた。図5は水平と鉛直外力を同時に加えたものであるが、おおむね水平および鉛直方向外力の夫々に対応して液面動揺が発生しており、丁度水平振動のみを加えた場合と鉛直振動のみを加えた場合を足し合せたようになっていることが知られる。

参考文献：(1) 池田、中村、日井；鉛直振動による円筒貯水槽内の液面動揺、土木学会水理講演会、1977。

(2) Dodge也；Liquid Surface Oscillations in Longitudinally Excited Rigid Cylindrical Containers, AIAA J. Vol.3, 1965.

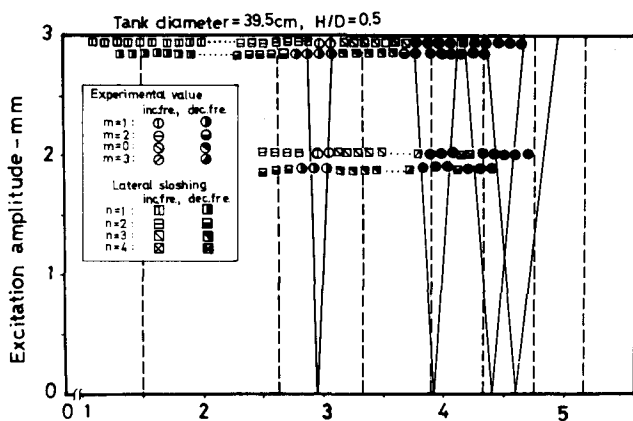


Fig.5. Regime of surface instability for horizontal and vertical vibration.