

舞鶴工業高等専門学校 正・田中祐一朗

1. はしがき. Blest¹⁾は血液流動を対称として, 90° 分岐管路における粘性流について, N-S式を数値解析することにより, 分岐部周辺の流線形状の考察を行なった. 本報告は分水路分水工周辺の流線について, その拡張を図ったものである.

2. 実験結果. 筆者らの従来の実験によると, 次のような結果を得た.

1) 流量配分比 K と, 流量配分比 K_g との関係は室田の実験式とは一致する.

2) 分岐部周辺では図1に示すように, 二次流による流れは中流以上のものに比べて大きく振れて分水路へ流入するのが特徴である. このため分水路への流れ込み中は室田とそれ以上のものとは大きく変化している.

1) (図2に見るよう) 図2. 流れ込み流量に, 流れ込み中に流速を乗じた流れ込み流量は水深方向にはほぼ一様になり, 流れ込み中の主水路中に対する比は流量配分比と一致する.

3) K を予測する従来の算定法は精度上十分でない。

以上のことから, 分岐部周辺での水流と流砂の機構を考える第一歩として, 流線解析を行なうことは重要であると考えられる。

3. 基礎方程式. 底流線を含めた流れの機構を一度に考えることは複雑であるため, ここでは中流以上の流れについて考察することにし, 単位水深当りの二次元問題として取り扱いを進める. 図3のように記号すると, 流れの連続条件は $Q_1 = Q_2 + Q_3$... (1) 分岐の影響を考えない流れは2平行壁間の流れとして知られており, 流速分布は次のようになる。

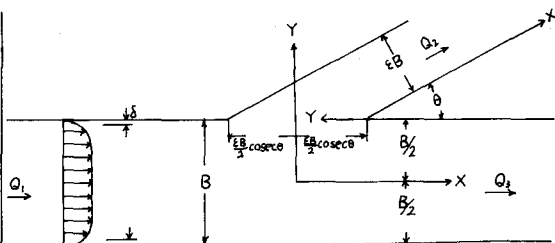


図3. 記号説明図

$$\frac{U_c - U_0(y)}{U_x} = \frac{1}{K} \left(\ln \frac{1 + \sqrt{2|y|/B}}{1 - \sqrt{2|y|/B}} - 2 \sqrt{\frac{2|y|}{B}} \right) \dots (2)$$

2次元の Euler の運動方程式と連続式は,

$$\left. \begin{aligned} U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} &= Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \dots (4)$$

そこで一様流と分岐の影響による変動項とに分けて,

$$\left. \begin{aligned} U(x, y) &= U_0(y) + U'(x, y) \\ V(x, y) &= V'(x, y) \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

$$p(x, y) = p_0(x) + p'(x, y)$$

$$\text{とおき, } x = \tilde{x} \cdot B, \quad y = \tilde{y} \cdot B \dots (6)$$

$$U' = \frac{\partial \psi'}{\partial y}, \quad V' = - \frac{\partial \psi'}{\partial x} \dots (7)$$

を導入して, 図3での x 軸を壁面に移動する=これにより無次元化した次の基礎式を得る。(以下記号略)

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} (\nabla^2 \psi') + \frac{1}{K} \frac{C(\tilde{y})}{D(\tilde{y})} \frac{\partial \psi'}{\partial \tilde{x}} = 0 \dots (8)$$

$$\text{ただし } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \tilde{y}^2} \dots (9)$$

$$C(\tilde{y}) = \left\{ 2\sqrt{|\tilde{y}|} \left(2 + \frac{1}{|\tilde{y}|} \right) \right\} / (1 - 2|\tilde{y}|)^2 \dots (10)$$

$$D(\tilde{y}) = \sqrt{\frac{\delta}{A}} \frac{R}{B} \left(1 - \frac{K}{2} \right) + \frac{1}{K} \left(\ln \frac{1 + \sqrt{A}}{1 - \sqrt{A}} - 2\sqrt{A} \right) - \frac{1}{K} \left(\ln \frac{1 + \sqrt{12\tilde{y} - 11}}{1 - \sqrt{12\tilde{y} - 11}} - 2\sqrt{12\tilde{y} - 11} \right) \dots (11)$$

$$A = 1 - \delta/B, \quad K = Q_3/Q_1, \quad R = Q_1/B \dots (12)$$

全流線関数は一様流によるものと分岐による変動項との和として, $\psi = \psi_0 + \psi'$

$$\begin{aligned} &= U_c \tilde{y} - \frac{U_x}{K} \left\{ \left(1\tilde{y} - \frac{1}{2} \right) \ln \frac{1 + \sqrt{12\tilde{y} - 11}}{1 - \sqrt{12\tilde{y} - 11}} \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{12\tilde{y} - 11} - \frac{2}{3} (12\tilde{y} - 11)^{3/2} \right\} + C + \psi' \dots (13) \end{aligned}$$

ここで,

$$\begin{aligned} C &= \frac{U_x^2 (\delta/B)^2}{2B} - U_c \frac{\delta}{B} \\ &\quad + \frac{U_x}{K} \left\{ \left(\frac{\delta}{B} - \frac{1}{2} \right) \ln \frac{1 + \sqrt{A}}{1 - \sqrt{A}} + \sqrt{A} - \frac{2}{3} A^{3/2} \right\} \end{aligned}$$

であり, また ... (14)

主水路下流: $u_* = \sqrt{\frac{Q_1}{B(\frac{\delta A}{D})}}$, $u_c = \frac{Q_1}{AB}$... (15)

主水路下流: $u_* = \sqrt{\frac{Q_2}{B(\frac{\delta A}{D})}}$, $u_c = \frac{Q_2}{AB}$... (16)

また側壁での境界条件は次のようである。

$y = \frac{\delta}{B}$ のとき, $(-\infty < x < \infty)$
 $\bar{\psi} = u_*^2 \left(\frac{\delta}{B}\right)^2 / 2L$... (17)

$y = 1 - \frac{\delta}{B}$ のとき, $(-\infty < x < -\frac{\delta}{2} B \csc \theta, \frac{\delta}{2} B \csc \theta < x < \infty)$
 $\bar{\psi} = u_* A + u_*^2 \left(\frac{\delta}{B}\right)^2 / 2L$... (18)

分水路での基礎方程式および境界条件も、これまでと全く同様の手続きにより次のようになる。

$\frac{\partial}{\partial x} (\nabla^2 \psi) + \frac{1}{K} \frac{C'(y)}{D'(y)} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$... (19)

ここに, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \csc \theta \frac{\partial^2}{\partial y^2}$... (20)

$C'(y) = \frac{\sqrt{\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|} (2 + \frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|)}{(1 - \frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|)^2}$... (21)

$D'(y) = \sqrt{\frac{\delta}{A'} \frac{R}{EB} K(2-K)} + \frac{1}{K} \left\{ \ln \frac{1+\sqrt{A'}}{1-\sqrt{A'}} - 2\sqrt{A'} \right\}$
 $- \frac{1}{K} \left\{ \ln \frac{1+\sqrt{\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|}}{1-\sqrt{\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|}} - 2\sqrt{\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|} \right\}$... (22)

$A' = 1 - \frac{\delta}{EB}$... (23)

また下流端条件は

$\bar{\psi} = \psi_0 + \psi'$
 $= u_c y - \frac{\delta}{\sin \theta} \frac{u_*}{K} \left\{ \left(\frac{\sin \theta}{\delta} y - \frac{1}{2} \right) \ln \frac{1+\sqrt{\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|}}{1-\sqrt{\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|}} - \frac{2}{3} \left(\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}| \right)^{3/2} \right\} + C' + \psi'$... (24)

ここに,
 $C = \frac{u_*^2 \delta^2}{2L(EB)^2} - \frac{u_c}{\sin \theta} \frac{\delta}{EB} + \frac{2}{\sin \theta} \frac{u_*}{K} \left\{ \sqrt{\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|} - \frac{2}{3} \left(\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}| \right)^{3/2} + \left(\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}| \right) \ln \frac{1+\sqrt{\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|}}{1-\sqrt{\frac{\delta}{2} |y \sin \theta - \frac{\delta}{2}|}} \right\}$

$u_* = \sqrt{\frac{Q_2}{EB(\frac{\delta A}{D})}}$, $u_c = \frac{Q_2 \sin \theta}{\varepsilon^2 B - 2\delta}$... (25)

$u_* = \sqrt{\frac{Q_2}{EB(\frac{\delta A}{D})}}$, $u_c = \frac{Q_2 \sin \theta}{\varepsilon^2 B - 2\delta}$... (26)

また壁面での境界条件は,

$y = \delta \csc \theta / \varepsilon B$ のとき, $(0 < x < \infty)$
 $\bar{\psi} = u_*^2 \delta^2 / 2L(EB)^2$... (27)

$y = \varepsilon \csc \theta (1 - \frac{\delta}{EB})$ のとき, $(0 < x < \infty)$
 $\bar{\psi} = u_c \frac{\varepsilon}{\sin \theta} + \frac{u_*^2 \delta^2}{2L(EB)^2}$... (28)

となる。

4. 数値計算 問題は主流に向いては(11)~

(19)の条件の下で(8)式を, また分岐については(23)~(29)の条件の下で(19)式を解くことに帰着する。差分スキームとしては中央差分法を用いることにすると, (8)および(28)式はそれぞれ次のようになる。

$E(i) [\psi(i+1, j) - \psi(i-1, j)] + [\psi(i+3, j) - \psi(i-3, j)] - \lambda^2 [\psi(i+1, j+2) + \psi(i+1, j-2) - \psi(i-1, j+2) - \psi(i-1, j-2)]$

ここに,
 $E(i) = [3 + 2\lambda^2 - \frac{4}{K} \frac{C'(y(i))}{D'(y(i))} \Delta x^2]$... (30)

$\lambda = \Delta x / \Delta y$... (31)

$T(j) [\psi(i+1, j) - \psi(i-1, j)] + [\psi(i+3, j) - \psi(i-3, j)] - \lambda^2 \csc \theta [\psi(i+1, j+2) + \psi(i+1, j-2) - \psi(i-1, j+2) - \psi(i-1, j-2)]$

ここに
 $T(j) = [3 + 2\lambda^2 \csc \theta - \frac{4}{K} \frac{C'(y(j))}{D'(y(j))} \Delta x^2]$... (32)

(29), (32)式の

連立方程式の解

法には, 本校の

TOSBAC-3

400-31のよう

なメモリの

さし計算機の性

能を考慮して,

図4. Blestによる結果

共役傾斜法を用いることにした。図4にはBlestの計

算結果を示す。彼は予測子修正手法と云う手法を用い,

超大型計算機を駆使して, 合計7890と云う驚くべき数

のメッシュ矢に於て計算を行ない, 図に見るように渦

領域も含めた極めて詳細な流線を描いている。これに

対し, 本解析では中型コンピュータを用いたこともあ

り, その計算精度はBlestに比べべきもない。スペー

スの関係上, 計算結果は発表の日に表示するが, 流れ関数

の定義より, $\psi(y) = \int_0^y u(y) dy$... (34)

となり, ψ は一方の岸より他方の岸への累加流量を意

味することになる。(2)式で用いた流速分布も, 側壁の

近傍を除けばほぼ一様分布に近く, (したがって分岐後の

下流側の壁面での ψ の値は上流のそれより $(1-K)$ だけ

小さくあり, このことから先述の実験結果(2)はる

然のこのこととして説明できることになる。本研究は昭和51,

52両年度における本校学生の卒業研究として行な

たものであり, その一部に昭和51年度科研費(災害(2))の

補助を蒙ったことを付記して謝意を表する。

文献: 1) Blest, D.C. A.S.C.E.-HYI, 1972, 2) 田中川合, 32, 31, 30年

文獻: 1) Blest, D.C. A.S.C.E.-HYI, 1972, 2) 田中川合, 32, 31, 30年