

日本建設コンサルタント 正員 寺島 俊夫
室蘭工業大学 正員 藤間 聡

1. まえがき

最近の臨海地域における開発に伴い、地下水の利用が増大している。それと共に、地下水の過剰揚水によって促進される海水の侵入による塩害などの問題が生じ、水質保全に大きな支障をきたしている。このような事態に対処するため、海水侵入の現象、塩分拡散機構などを明らかにする必要がある。

本研究は、多孔性物質内の塩分輸送、拡散現象を有限要素法を用いて解析し、地下水の質的評価を行うための基本的特性を把握するものである。

2. 基礎方程式

2次元拡散方程式は、一般に次式で与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) \quad \text{----(1)}$$

ここで、 C ：塩分濃度， u, v ： x, y 方向の流速， D_x, D_y ： x, y 方向の拡散係数

領域内で Darcy 則が成立つとし、(1)式について Galerkin 法を適用すると、次式が得られる。

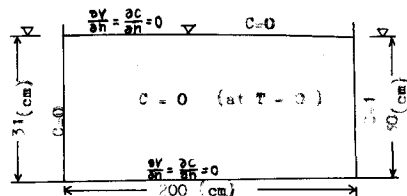
$$\begin{aligned} & \int_A \frac{\partial C}{\partial t} N_i dA - \int_A \frac{k_p g}{\mu} \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial x} N_i dA - \int_A \frac{k_p g}{\mu} \frac{\partial H}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial y} N_i dA - \int_S D_x \frac{\partial C}{\partial x} \cos(n, x) N_i dS - \int_S D_y \frac{\partial C}{\partial y} \cos(n, y) N_i dS \\ & + \int_A D_x \frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} dA + \int_A D_y \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} dA = 0 \quad \text{----(2)} \end{aligned}$$

ここで、 k_p ：真の透水係数， H ：水頭値， ρ ：密度， g ：重力加速度， N_i ：形状関数

各要素における水量量 ρ ， H ， C は節点値で表わされるものとし、

次の試行関数で近似する。

$$\begin{aligned} \rho &= \sum_{j=1}^4 N_j(x, y) \rho_j(t) \\ H &= \sum_{j=1}^4 N_j(x, y) H_j(t) \\ C &= \sum_{j=1}^4 N_j(x, y) C_j(t) \end{aligned} \quad \text{----(3)}$$



(3)式を(2)式に代入し、全領域について重ね合わせ、マトリックス表示すると 図-1 境界条件および初期条件

$$[A] \left\{ \frac{\partial C_j}{\partial t} \right\} + [B] \{ C_j \} = \{ F \} \quad \text{----(4)}$$

ここで、 $A_{ij} = \int_A N_i N_j dA$

$$B_{ij} = \int_A \left(D_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + D_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dA - \frac{k_p g}{\mu} \int_A \left(\sum_j \rho_j N_j \right) N_i \left\{ \left(\sum_j \frac{\partial N_j}{\partial x} H_j \right) \frac{\partial N_i}{\partial x} + \left(\sum_j \frac{\partial N_j}{\partial y} H_j \right) \frac{\partial N_i}{\partial y} \right\} dA$$

$$F_i = \int_S D_x \frac{\partial C}{\partial x} \cos(n, x) N_i dS + \int_S D_y \frac{\partial C}{\partial y} \cos(n, y) N_i dS$$

(4)式を陰解法によって解き、濃度 C を求める。さらに次式により、密度 ρ を求める¹⁾

$$\rho = \rho_0 + (\rho_1 - \rho_0) C / C_1$$

ここで、 ρ_0 ：淡水密度 ($C=0$)， ρ_1 ：海水密度 ($C=C_1$)

濃度 C を求めるには水頭値 H が既知でなければならず、このため最初濃度分布を仮定し、 H をあらかじめ算定した後、(4)式を用いて再び C を決定する。 C の値が決定すると、時間を変化させずに再度水頭値 H を求めて濃度

Cを計算し、これらの濃度の値が収束するまでくり返す。1回の計算でも濃度は求まるが、流速場と濃度場の同一時刻における適合性を満たす考慮が必要である。

3. 解析結果

解析においては、 $\rho_0 = 1.0 (\text{g/cm}^3)$, $\rho_1 = 1.025 (\text{g/cm}^3)$, 空隙率 $\lambda_0 (40\%)$, $k/\mu = 0.002 (\frac{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}{\text{g}})$, $\Delta t = 10 (\text{sec})$ とし、図-1に示す様な初期条件および境界条件のもとで解析を行った。図-2と図-3は $C = 0.5$ の断面の時間的変化を示すものである。図-2は $D_x = D_y = 0.3 (\text{cm}^2/\text{sec})$, 図-3は $D_x = 0.3$, $D_y = 0.03$ の場合であり、拡散係数の違いがよく現われている。すなわち、x方向の拡散係数が同一であってもy方向の拡散係数の違いにより、図-3の方がかなり同一時刻における侵入の度合いが大きい。図-4は $C = 0.8$ の場合であるが、拡散係数が等しい図-2の場合と比べると、低濃度断面の侵入は速く、高濃度断面の侵入は遅くなっており、濃度分布と速度分布の関連性が確認できる。図-2~4のいずれの場合にも、海水は全体としてクサビ形の形状をもって侵入する様子が判断でき、海水領域側では循環流がおこる²⁾。界面を有する場合の実験においては、海水が侵入する場合はその侵入速度が大きく、後退する場合には小さいことが確認され、その理由は界面の凹凸の形状の違いから循環流の程度を考慮することによって推定できる。拡散現象として考えた場合にも、侵入の際の速度は後退速度を上回るものと推定できよう。図-5は帯水層の底部における濃度分布の時間的変化を表わしたものである。この結果は、解析解が得られている1次元拡散の場合と同様に、海岸から離れるにつれて指数関数的に濃度が減少するという傾向を示している。また、この図からも濃度の小さい領域ほど侵入する速度が大きいことがわかり、濃度が0.1以下では、その移動速度が特に大きい。

4. あとがき

非均一流体による多孔性物質内の拡散現象の基本的特性を把握するために、有限要素法による解析は有効であることが判った。今後は拡散問題についての実験を行い、実際現象をさらに明確化する所存である。

本研究に際して終始御指導して頂いた室蘭工業大学土木工学科の近藤淑郎教授に感謝致します。尚、数値解析はすべて北大大型計算機センターのFACOM 230-75で行った。

5. 参考文献

1) P. Huyakorn, C. Taylor: Finite element models for coupled groundwater flow and convective dispersion.

2) 前出 1).

3) 寺島俊夫, 藤間聡: 地下密度流に関する有限要素法解析, 第32回年次学術講演会講演概要集第2部, p. 348~349

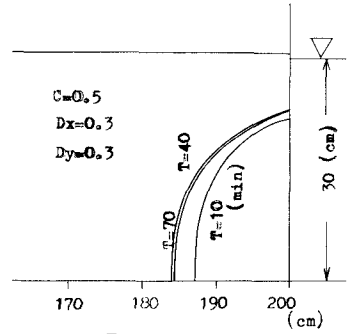


図-2

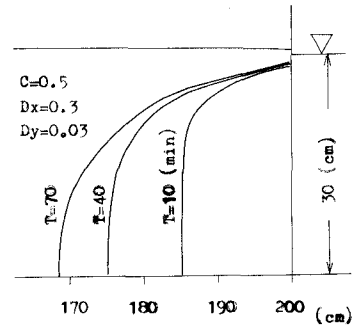


図-3

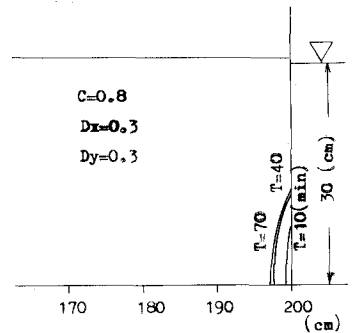


図-4

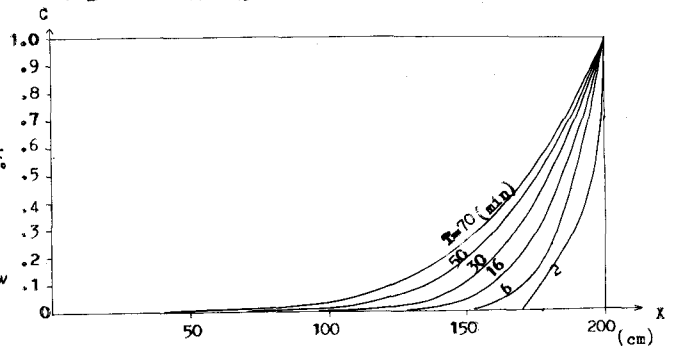


図-5 帯水層底部における濃度分布の時間的変化