

1. まえがき 広域地下水の平面解析法を, isoparametric 要素を用いた有限要素法により検討し, 琵琶湖東北部姉川・草野川複合扇状地へ適用した結果を述べる。

2. 支配方程式と内部・境界条件 地下水流の支配方程式として(1)式を用いる。ここに R : 規準面からの地

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \frac{\varepsilon}{\beta} \quad \dots (1)$$

下水位, α : 被圧地下水の場合透水量係数 T , 不圧地下水の場合 KH_0 , K : 透水係数, H_0 : weighted mean depth,

β : 貯留係数 S もしくは有効向陰率入, ε : 単位面積・単位時間の表層部からの水供給量, ε は水文・地質・揚水条件により様々な形で表わされるが, ここでは $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ として次のように単純化表

Ground Surface
Ponded Water Surface
17

示を行う。(i) たん水域(水田)よりの水供給(図1(a),(c))

$$p_g - p < L : \varepsilon_1 = K_s(p_g - p)/L \cdots (2), \quad p_g - p > L : \varepsilon_1 = K_s \cdots (3)$$

(ii) 非たん水域よりの水供給 (図1(c))

$$h_g - h < L : \varepsilon_1 = -\lambda_s \partial h / \partial x \quad \dots (4), \quad h_g - h > L : \varepsilon_1 = 0 \quad \dots (5)$$

ここに、 K_s :表層土の透水係数、 L :表層土の厚さ、 f_g :地表面の規準面が S の高さ。

(III) 解析領域内に分布する揚水機場の揚水量 E_2 を一般的に(6)式で表示する。

$$E_2 = - \sum_{i=1}^n Q_p(x_i, y_i) \delta(x-x_i)(y-y_i) \dots (6) \quad Q_p: \text{揚水機揚水を表す節点,}$$

(x_i, y_i) : どの単位時間揚水量, n : 揚水機の個数, δ : Dirac の delta 関数.

境界条件は一般に(7)式で表わされる。ここに $\partial h / \partial n$: 境界での法線方向 n の傾き

$$a \cdot \frac{\partial h}{\partial n} + b h + c = 0 \quad \cdots (7) \quad a, b, c: (x, y, z) \text{ の関数で表示される係数。}$$

3. 有限要素法による定式化 (1) 式をガラーキン法を用いて定式化すると matrix 表示で (8) 式を得る。

$$[H]\{C\} + [P]\left\{\frac{dC}{dt}\right\} + [F] = 0 \quad \dots (8)$$

εに k を含まない場合には, (8)式の各matrix成分は(9)~(11)式で表わされる。

$$H_{ij} = \iint_D \alpha \left(\frac{\partial u_i}{\partial x} \frac{\partial u_j}{\partial x} + \frac{\partial u_i}{\partial y} \frac{\partial u_j}{\partial y} \right) dx dy \quad \dots (9)$$

$$P_{ij} = \iint_D \beta \cdot v_i \cdot v_j \, dx \, dy \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$F_i = - \iint_D v_i \varepsilon dx dy - \int_S \alpha v_i \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial v_j}{\partial x} l_x + \frac{\partial v_j}{\partial y} l_y \right) G_j ds \dots (11)$$

ここに、 U_i : 形状関数、 l_x, l_y : x, y 方向の方向余弦、
 $\{C_i\}$: 節点の地下水位 C_i 値を表す列ベクトル、 D : i 番目の
 形状関数が定義されているすべての要素からなる領域、
 S : 領域の境界を表わし、(11) 式を 2 項により境界から S の流
 入条件は考慮されたことになる。

次に、 E_1 が (2) 式で表わされる場合には、(9), (11) 式は若干修正され (12), (13) 式となる。

$$H_{ij} = \iint_D \left\{ \alpha \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_j}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_j}{\partial y} \right) + \frac{k_s}{L} v_i v_j \right\} dx dy \quad (12)$$

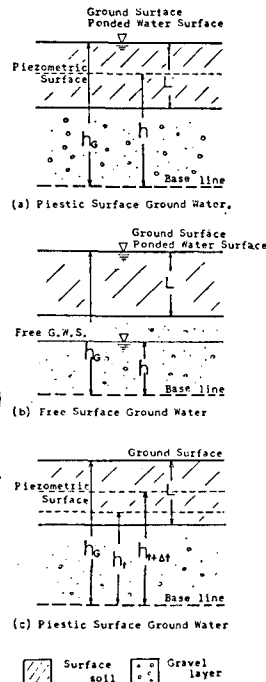


図1 地下水位と地下水供給量との関係

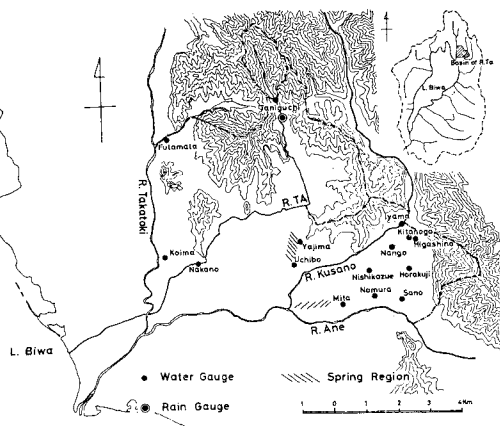


図2 解析領域とその周辺の概要

$$F_i = - \int_{\Omega} u_i \left(E_2 + \frac{K_s}{L} h_G \right) dx dy - \int_S \alpha u_i \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial u_j}{\partial x} l_x + \frac{\partial u_j}{\partial y} l_y \right) C_j ds \quad \dots (13)$$

E_i が (4) 式で表わされる場合には (10) 式は (14) 式となる。

$$P_{ij} = \iint_{\Omega} (\beta + \lambda_s) u_i u_j dx dy \quad \dots (14)$$

(8) 式の時間に関する導関数と差分近似すると (15) 式となり、この代数方程式を用いて時間刻み Δt ごとに $\{C\}_x$ を求めれば (1) 式の解が得られる。

$$([H] + \frac{\Delta t}{2} [P]) \{C\}_x = \left(\frac{\Delta t}{2} [P] - [H] \right) \{C\}_{x-\Delta t} - [F]_{x-\Delta t} + [F]_x \quad \dots (15)$$

なお、積分には Gauss の数値積分法また連立方程式の解法には修正コレスキー法を採用した。

4. 姉川・草野川複合扇状地地下水の解析 対象領域は南は姉川、北面は草野川、東は山地部に囲まれた面積 7.88 km² の複合扇状地である (図 2)。解析領域の東部に接続する標高 150 m 以上の山地部面積は 5.27 km² である。解析領域内では図 2 の 8 地点で地下水位また田川谷口地点では雨量・流出量の観測が行われているが、彦根気象台の蒸発量記録とともにこれらの資料を有効に利用して解析を進める。まず解析領域を地下水観測点、揚水機場、たん水域と非たん水域及び地形と境界形状を考慮して図 3 のように要素分割を行った。次に姉川・草野川について谷口地点で決定されたタンクモデルにより流出量を求め、Manning の公式を用いて流量-水位変換することにより水位を求めた。図 4 にタンクモデルの構成と定数、図 5 に草野川水深ハイドログラフを示す。また解析領域に接続する山地部では雨水流出のほとんど全量が扇状地滞水層に浸透していることを考慮して、山地部からの供給量を図 4 のタンクモデルにより推算した。東野地点(節点)への供給量を図 6 に例示する。これらの境界条件と表 1 に示す計算条件を用いて 1973 年 4 月 1 日から 7 月 31 日までの解析を行った。計算結果より得られた 1973 年 6 月 1 日の地下

- Water gauge
- Pumping station (100 m³/hr)
- Spring
- Node
- ▨ Confined element
- Unconfined element

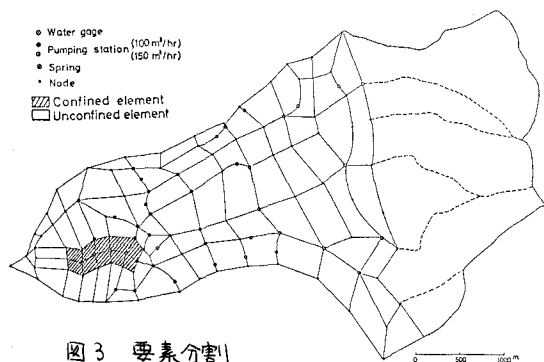


図 3 要素分割

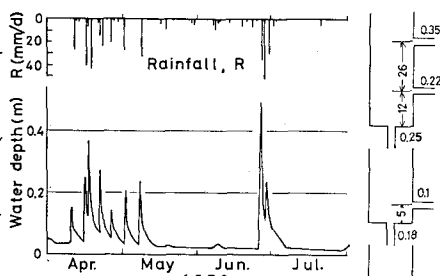


図 5 降雨量と草野川水深

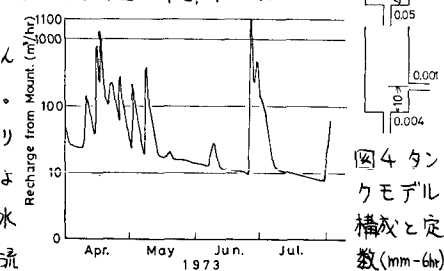


図 6 東野地点(節点)への供給量

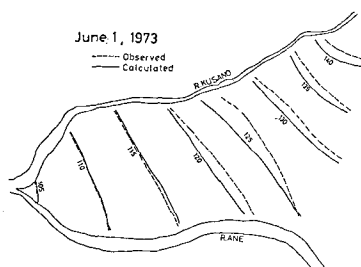


図 7 地下水等高線

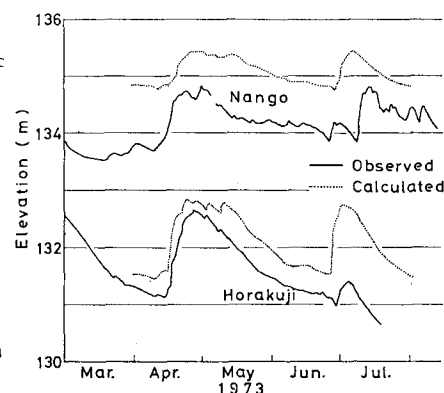


図 8 地下水位

表 1 計算条件

透水量係数	T (K _H)	150 m ³ /hr	表層土の有効孔隙率 λ_s	0.05
貯留係数	S	0.06	表層土の厚さ L	1.5 m
有効孔隙率	λ	0.1	揚水量 Q_p	100 or 150 m ³ /hr
表層土の透水係数	K _s	0.00036 m/hr	時間増分 Δt	6 hr

水等高線を図 7 に、南郷・法泉寺地点の地下水位変動を図 8 に観測値と対比して示す。図 7, 8 のように計算値と観測値との間に若干差が認められ、改良の余地はまだあるが、全般的に解析領域内の地下水非定常特性とかなりよく再現しており、ここで採用した有限要素法による解析法の有用性が一応認められた。