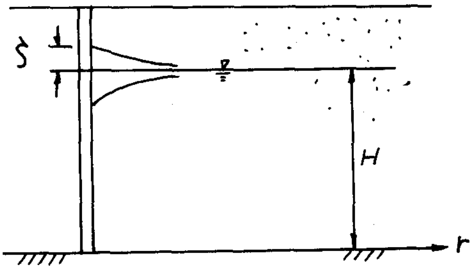
II-313　周期的な取水を受ける井戸の解析

東洋大学工学部　正　荻原国宏

上水用の井戸、工業用水用の井戸では／日の間に何回かの周期的、間けつ的なくみ上げが行なはれている。この解析はそのような井戸の周辺の井戸の水位変化のデータをもとにして、地盤の透水係数を求める手法を得るべく行なわれた。

今回の解析は井戸への定常流れは井戸より離れると小さくなり波動性の方がより注目できるとして行なっている。

流れの場を図－／のごとくとり、準一様流の仮定を入れて運動方程式および連続の方程式より基礎方程式を導びくと（／）式となる。



図－／

$$\lambda_1 r\frac{\partial h}{\partial t} - k\frac{\partial}{\partial r}\left(rh\frac{\partial h}{\partial r}\right) = 0 \qquad (／)$$

被圧地下水の場合には、hは圧力水頭を考えて初項に貯留係数を乗じ、第2項の $rh\frac{\partial h}{\partial r}$ を $rd\frac{\partial h}{\partial r}$ とすることにより、また自由地下水の場合には $h = H + \zeta$ ととり、$\zeta \ll H$ のもとに線形化すると次のタイプの線形微分方程式が導びける。

$$r\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \bar{k}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \zeta}{\partial r}\right) = 0 \quad , \quad \bar{k} = \frac{kd}{\lambda_1 S}\ (\text{被圧}) \ , \quad \bar{k} = \frac{kH}{\lambda_1}\ (\text{自由}) \qquad (2)$$

次に、この式に変数分離 $\zeta = F(t)\cdot G(r)$ による解法を摘用することにより

$$\frac{dF}{dt} = \lambda F \ , \quad \frac{d^2G}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dG}{dr} - \frac{\lambda}{\bar{k}}G = 0 \qquad (3)$$

が得られ、この解は

$$F = C_1 \exp(\lambda t) \ , \quad G = C_2 I_0(\bar{r}) + C_3 K_0(\bar{r}) \ , \quad \bar{r} = \sqrt{\frac{\lambda}{\bar{k}}}\, r \qquad (4)$$

となる。いま井戸の取水を周期的と考えているので $\lambda = i\sigma$, $\sigma = 2\pi/T$ である。これを（4）のGの式に入れてKelvin関数を使って書きなおすと

$$G = C_2(\mathrm{ber}\,x + i\,\mathrm{bei}\,x) + C_3(\mathrm{Ker}\,x + i\,\mathrm{Kei}\,x) \ , \quad x = \sqrt{\frac{\sigma}{\bar{k}}}\, r \qquad (5)$$

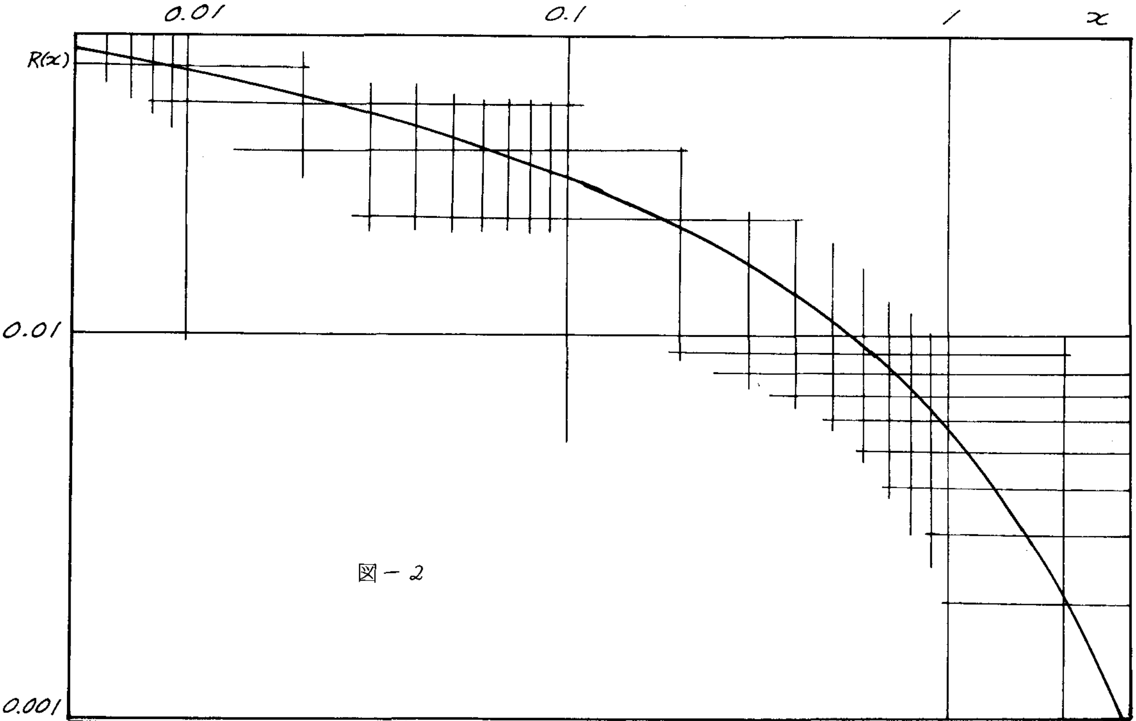
となる。こゝで $x \to \infty, \zeta = 0$ となる条件を使って解を求めると次のごとくなる。

$$\zeta = \bar{C}_1 \exp(i\sigma t)(\mathrm{Ker}\,x + i\,\mathrm{Kei}\,x) = \bar{C}_1 \exp(i\sigma t)\cdot\exp(i\varphi(x))\cdot R(x) \qquad (6)$$

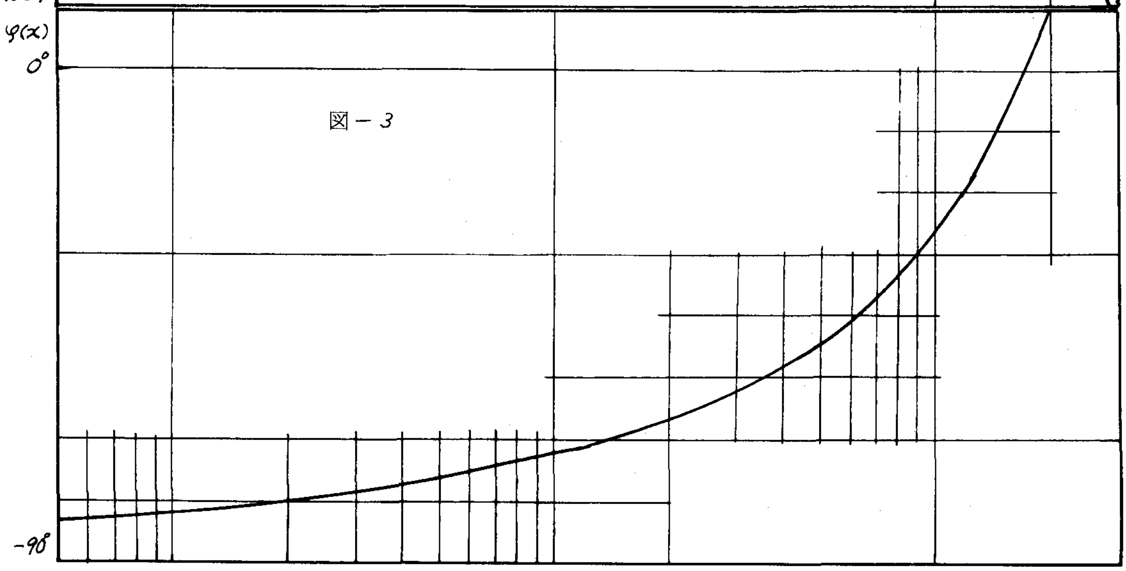
$$R(x) = (\mathrm{Ker}^2 x + \mathrm{Kei}^2 x)^{1/2} \quad , \quad \varphi(x) = \tan^{-1} \frac{\mathrm{kei}\, x}{\mathrm{ker}\, x}$$

ここでR（x）は水面の変動を表わす項であり φ（x）は水面変動の位相のづれを示す項である。$\bar{C}_1$ は井戸での（取水井での）水位変化の量より決まってくる定数である。

次にこのR（x）と φ（x）を級数展開式を使って求めグラフにしたのが図－2，図－3である。このグラフを使うことによりサイスの解法と同じ手法によって、現地の透水係数をxの値を仲介して求めることができる。また図－3のグラフを使うと取水井と観測井の水位変化の位相のづれより、やはりxの値を仲介として透水係数を求めることが可能である。



図－2



図－3