

岐阜大学 工学部 正員 河村三郎
名城大学理工学部 “ 新井宗之

1. はじめに：

土石流に関する研究はおもに、流動のモデルをたて擬似土石流を発生させて、モデルの妥当性を検証して行く方法と、実際の土石流の観測から土石流の特性を明らかにして行く方法の研究がなされて、それぞれの成果が得られている。ところで、実際の土石流を実験的に発生させることは、きわめて困難であり、ほとんど不可能に近い。そこで、土石流がナバーヒヤ・ストークスの運動方程式を満足するものと仮定して数値計算を行う事も意味のあるものと考えられる。

2. 数値計算について

ナバーヒヤ・ストークスの方程式をそのままのかたちで解析的に解くことは、現在の所まだできない。そのため、この方程式をなんらかの方法で解く研究がなされて来た。1960年ごろから、60年末にかけて、F.H. Harlowらによつて、マーカー-インドセルと言う方法が発表された。特に、自由表面を持つ流体について有用な方法であると思われる。これは、方程式を有限差分の式にし、流体中にマーカーを配直し、その移動によつて流体、特に自由表面を決定して行く方法である。

二次元の直交座標系 x, y 軸をとり、それぞれの速度成分を u, v とするとナバーヒヤ・ストークスの運動方程式および連続の方程式は次のようである。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + g_x \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g_y \tag{2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{3}$$

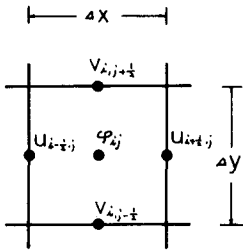


図 - 1

今、考えている領域を x, y 方向についてそれぞれ $\Delta x, \Delta y$ づつに分割した格子をとり、点 $(i\Delta x, j\Delta y)$ における φ を (i, j) の添字をつけて φ_{ij} で表わす。 u, v については $\frac{\Delta x}{2}, \frac{\Delta y}{2}$ づつずらした格子点上にとると、式(1), (2), (3)はそれぞれ

$$\begin{aligned} (u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1} - u_{i+\frac{1}{2},j}^n)/\Delta t &= (u_{i,j}^2 - u_{i+\frac{1}{2},j}^2)/\Delta x + (u_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} \cdot v_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}} - u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \cdot v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})/\Delta y \\ &+ \nu \{ (u_{i+\frac{3}{2},j} - 2u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i-\frac{1}{2},j})/\Delta x^2 + (u_{i+\frac{1}{2},j+1} - 2u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j-1})/\Delta y^2 \} \\ &+ (\varphi_{ij} - \varphi_{i+1,j})/\Delta x + g_x \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} (v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1} - v_{i,j+\frac{1}{2}}^n)/\Delta t &= (u_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \cdot v_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} \cdot v_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}})/\Delta x + (v_{i,j}^2 - v_{i,j+1}^2)/\Delta y \\ &+ \nu \{ (v_{i+1,j+\frac{1}{2}} - 2v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i-1,j+\frac{1}{2}})/\Delta x^2 + (v_{i,j+\frac{3}{2}} - 2v_{i,j+\frac{1}{2}} + v_{i,j-\frac{1}{2}})/\Delta y^2 \} \\ &+ (\varphi_{ij} - \varphi_{i,j+1})/\Delta y + g_y \end{aligned} \tag{5}$$

$$(u_{i+\frac{1}{2},j} - u_{i-\frac{1}{2},j})/\Delta x + (v_{i,j+\frac{1}{2}} - v_{i,j-\frac{1}{2}})/\Delta y = 0 \tag{6}$$

ここに、 $u_{i+\frac{1}{2},j}^{n+1}, v_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+1}$ は、時刻 $n \cdot \Delta t$ から、 Δt 後すなわち $(n+1) \cdot \Delta t$ の流速を表わしている。また、 $u_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = (u_{i+\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j+1})/2, \quad u_{ij} = (u_{i-\frac{1}{2},j} + u_{i+\frac{1}{2},j})/2.$

などを表す。また、式(1)，(2)より φ についてまとめ、有限差分で表わすと、

$$(\varphi_{i+1,j} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i-1,j})/\Delta x^2 + (\varphi_{i,j+1} - 2\varphi_{i,j} + \varphi_{i,j-1})/\Delta y^2 = -R_{i,j} \quad (7)$$

ここに、

$$R_{i,j} = Q_{i,j} - D_{i,j}/\Delta t - \nu \{ (D_{i+1,j} - 2D_{i,j} + D_{i-1,j})/\Delta x^2 + (D_{i,j+1} - 2D_{i,j} + D_{i,j-1})/\Delta y^2 \} \quad (8)$$

$$Q_{i,j} = (u_{i+1/2,j}^2 - 2u_{i,j}^2 + u_{i-1/2,j}^2)/\Delta x^2 + (v_{i,j+1/2}^2 - 2v_{i,j}^2 + v_{i,j-1/2}^2)/\Delta y^2 + 2(u_{i+1/2,j+1/2} \cdot v_{i+1/2,j+1/2} - u_{i-1/2,j-1/2} \cdot v_{i-1/2,j-1/2} - u_{i+1/2,j-1/2} \cdot v_{i+1/2,j-1/2} - u_{i-1/2,j+1/2} \cdot v_{i-1/2,j+1/2})/\Delta x \Delta y \quad (9)$$

$$D_{i,j} = (u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j})/\Delta x + (v_{i,j+1/2} - v_{i,j-1/2})/\Delta y \quad (10)$$

ここで、 $D_{i,j}^{n+1} = 0$

境界条件は、境界面の法線方向の速度成分は0であり、境界面で滑動しないものとする。境界上となり合う速度成分は、正負逆の値をとる。また、境界面の外側側、自由表面での速度成分は、式(6)により決める。

振幅部について、これらの式を考えると、 $(n+1)\Delta t$ の n のステップを進めて、 $n \rightarrow 1 < n$ とすると、流体は振幅部で堆積することなくほとんど流れ去ってしまうことになる。したがって、この流体が堆積するためには、流体に少なくとも見かけ上のせん断降伏値 τ_0 があるべきであることを示唆している。また、河床上を流下する場合も、流動状態が τ_0 を超える状態に維持される条件が満たされていなければ、流下(発生)しない事も暗示している。

計算結果の一例については講演時に述べる。

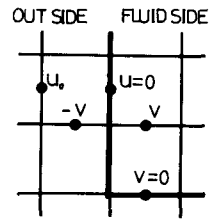


図-2

3. 実験による振幅部での水域内堆積について

実験方法は、幅15cm、深さ20~25cm、長さ6mの硬質アクリル製で水路床に実験砂と同じ砂利を付着させ滑動を防止した水路を用い、水路こう配を15°、20°、25°、30°、水路床での初期の堆積厚を2.5、5.0および7.5cmとし、給水流量を $0.5 \times 10^{-3} \sim 1.84 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{sec}$ で擬似土石流を発生させて行った。実験砂は $d_0 = 2.25 \text{ mm}$ のほぼ一様粒径である。振幅の河床は水平である。

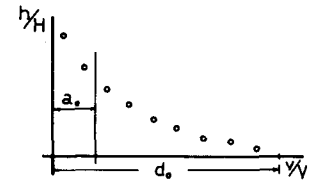


図-3

堆積した土砂の高さとその水平面上の体積を、ある基準面での体積との比 (v/v_t) 、及びその基準面から最も高い所までの高さの比 (h/H) として、高さと体積を表わすと、それらはほぼべき乗の関係があることを明らかにしたが、これはStrohlerが地形の発達過程を表わすために用いたモデルと基本的には一致している。同じように、図-3に示す a_0 を導入して v/v_t が a_0 における h/H を1と表わすようにすると、

$$h/H = \left[\frac{d_0 - v/v_t}{v/v_t} \cdot \frac{a_0}{a_0 - a_0} \right]^n \quad (11)$$

$a_0 = 1$ であり、 $a_0 = 0.1$ としてまとめると、水路こう配 n との関係は図-4のようになる。

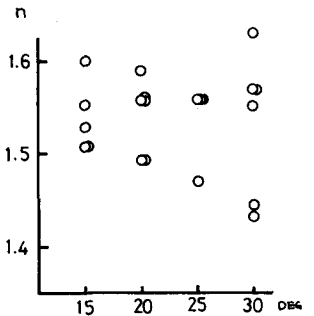


図-4

参考文献

- 1) R.H. Hawthorn, J.E. Welch, "Numerical Study of Large-Amplitude Free-Surface Motion," Phys. Fluids 9, 842, (1966)
- 2) C.W. Hirt, "Computer Studies of Time-Dependent Turbulent Flows," Phys. Fluids, Supplement II, II-219, (1969)
- 3) 三村, 寿博; 土石流堆積物に付着する砂利, 土木学会第32回年度大会論文発表要録集, pp. 432-433