

秋田大学 正員 ○ 石井 千太郎
正員 佐藤 光吾
川田工業(株) 正員 古村 栄

I) まえがき 汚濁砂の拡散過程は(1)式の拡散方程式を用いて計算されるが、式中の拡散係数として、どのような式形や値を用いるかが最も重要である。本研究ではLagrange的解析法のone particle analysisの結果を、一様二次元開水路水流での汚濁砂の拡散に拡張し、ここ十数年来、研究が進められてきた開水路における乱れの研究の成果を用いて、時間の関数となる拡散係数のモデルを得ている。さらに、このモデルと従来の拡散係数とを用いて、拡散の初期の段階における拡散過程を数値計算して比較を行った。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (v - v_0) \text{grad } C = \text{div} (E_0 \text{grad } C) \quad (1) \quad \left(\begin{array}{l} C: \text{汚濁砂濃度} \quad v: \text{流体速度ベクトル} \\ v_0: \text{汚濁砂沈降速度ベクトル} \quad E_0: \text{乱流拡散係数テンソル} \end{array} \right)$$

II) 乱流拡散係数 E_0 について ^{1), 2)} (1)式の拡散係数テンソルは、その主軸方向が x, y, z 軸方向 (x : 流れ方向, y : 水深方向, z : 横断方向) と一致するとき、(2)式で表わされる。ここで、開水路二次元流れの E_{0y} については、Reynolds のアナロジーを用い、乱流拡散係数が渦動粘性係数 E_{my} に比例するとの仮定のもとに(3)式が得られている。

$$E_{0y} = \beta E_{my} = \beta (-\overline{uv}) / d\bar{u}/dy \quad (3) \quad \text{ただし } \eta = y/h \quad (h: \text{水深})$$

一方、Lagrange的解析法のone particle analysisから、一様等方性の乱れにおいて、拡散係数が次式のように定義される。

$$E_0 = \overline{v_{sL}^2} \int_0^t R_{sL}(\xi) d\xi \quad (4) \quad (v_{sL}: \text{汚濁砂粒子の変動速度})$$

式中のLagrangeの相関係数として、 $t_{os} = \int_0^\infty R_{sL}(\xi) d\xi \quad (5)$ をパラメータとする指数関数形 $R_{sL}(\xi) = \exp(-\xi/t_{os}) \quad (6)$ を用いると、(4)式は次式となる。

$$E_0 = \overline{v_{sL}^2} t_{os} \{1 - \exp(-t/t_{os})\} \quad (7)$$

この結果を、非一様異方性の開水路二次元流れに拡張すると (z 軸方向の拡散は考えない)

$$E_{0x} = \overline{v_{sLx}^2}(\eta) t_{osx}(\eta) \{1 - \exp(-t/t_{osx}(\eta))\}, \quad E_{0y} = \overline{v_{sLy}^2}(\eta) t_{osy}(\eta) \{1 - \exp(-t/t_{osy}(\eta))\} \quad (8)$$

とおかれる。ここで、一般に、汚濁砂粒子の変動速度 v_{sLx}, v_{sLy} が流体粒子の変動速度 u, v に等しいと仮定されることから、流れの乱れの特性量 $\overline{u^2}, \overline{v^2}$ と t_{osx}, t_{osy} (平均時間スケール) の分布がわかると乱流拡散係数が得られることになる。しかしながら、これらの特性量はLagrange的特性量であり、Euler的特性量に比し、その測定例が少ないため、(9)式で示されるEuler的特性量の普遍関数表示を得て後、Lagrange的特性量への変換を(10)式を用いて行なう。

$$u_e'/u_* = \phi_{ue}(\eta), \quad v_e'/u_* = \phi_{ve}(\eta), \quad \overline{u_e} T_e/h = \phi_{Te}(\eta) \quad (9) \quad \Rightarrow$$

$$u_e = u_e' = u', \quad v_e = v_e' = v', \quad T_e = \alpha (\overline{u_e}/u_e') T_e \quad (10)$$

(9), (10)式から、Lagrangeの平均時間スケールの分布形が得られるが、これは、流れ方向の平均時間スケール T_{ex} であることに注意しなければいけない。また水深方向の平均時間スケール T_{ey} については、実測の資料がないため、水深方向の時間スケールを流れ方向の時間スケールと比例すると仮定する。 (r : 比例定数) 以上から

$$\left. \begin{aligned} E_{0x}/u_* h &= \alpha \{ \phi_{ue}(\eta) \}^2 (u_* T_{ex}/h) \left[1 - \exp \left\{ - (u_* t/h) / (u_* T_{ex}/h) \right\} \right] \\ E_{0y}/u_* h &= \alpha' \{ \phi_{ve}(\eta) \}^2 (u_* T_{ey}/h) \left[1 - \exp \left\{ - (u_* t/h) / (u_* T_{ey}/h) \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (11) \quad (\alpha' = \alpha \cdot r)$$

$u_* T_{ex}/h = \alpha \phi_{Te}(\eta) / \phi_{ue}(\eta), \quad u_* T_{ey}/h = \alpha' \phi_{Te}(\eta) / \phi_{ue}(\eta) \quad \text{が得られる。}$

III) 拡散係数のモデル化 (11)式から、 $t/t_{ex}, y \gg 1$ のときの拡散係数 E_{0x0}, E_{0y0} はそれぞれ、

$$E_{0x0}/u_* h = \alpha \phi_{ue}(\eta) \phi_{Te}(\eta) \quad (12), \quad E_{0y0}/u_* h = \alpha' \{ \phi_{ve}(\eta) \}^2 \phi_{Te}(\eta) / \phi_{ue}(\eta) \quad (13)$$

で計算されるが、式中の $\phi_{Te}(\eta) = \overline{u_e} T_e/h$ については、図-1に示されるように、実測値にばらつきが大きく、そ

の関数形を決定することが困難である。そこで、ここでは拡散係数 E_{y0} として、(3)式で $\beta=1.0$ として得られる分布形と、Richardson & McQuivey⁴⁾ の実測値に Yalin⁵⁾ が指定して得られた乱れの強さの分布形(図-2)を用いて $\phi_{Le}(\eta)$ を逆算した。その結果が図-1に示されているが、 $\alpha'=0.1$ として得られた分布形がほぼ実測値を満足すると思われる。また水深方向の拡散係数 E_{y0} が(3)式で与えられるとし、さらに、 $r = T_{Ly}/T_{Lx} = 1$ と仮定すると、流れ方向の拡散係数 E_{x0} および時間スケール T_{Lx}, T_{Ly} は次式から計算される。 E_{y0} と E_{x0} の計算結果を図-3に示す。

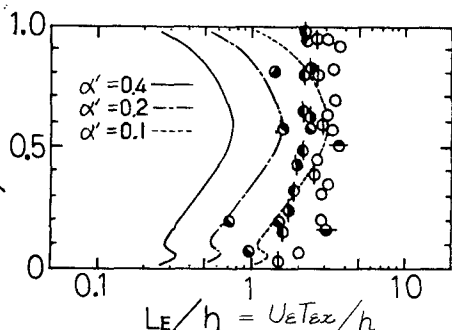


図-1 流れ方向の平均スケール ③

$$E_{x0}/u_*h = \{ \phi_{Le}(\eta) / \phi_{Le}(\eta) \}^2 (E_{y0}/u_*h) \quad (14)$$

$$u_* T_{Lx}/h = u_* T_{Ly}/h = (E_{y0}/u_*h) / \{ \phi_{Le}(\eta) \}^2 \quad (15)$$

したがって、(15)式から T_{Lx}, T_{Ly} が得られると、拡散係数 E_{x0} , E_{y0} が時間的に変化する状態が(11)式から計算される。図-4は計算された $\tau=0$ からの拡散係数 E_{y0} の時間的変化を示している。

Ⅳ) 計算および結果 一樣なせん断流では(1)式は次式となる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{u}_e \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} (E_{y0} \frac{\partial C}{\partial y}) + v_0 \frac{\partial C}{\partial y} + E_{x0} \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (16)$$

計算は上式に Anis Moment Transformation を導入した式を用い^{6), 7)}、数値計算を行っている。湧源については、瞬間面源および線源の各々の場合について、拡散係数を(11)式とおいた場合と、 $E_{y0} = E_{y0}$ 、

$E_{x0} = E_{x0}$ とおいた場合について比較計算を行っている。瞬間線源の結果の一部を図-5に示すが、拡散係数による拡散初期の過程に有意な差が見られる。(計算には東北大学 ACOS NEAC システム700を用いた。)

Ⅴ) 参考文献

- 1) 橋本一郎：水理学Ⅱ (森北出版)
- 2) 岸 力：沖積地河川の水理学序説(水工学に関する夏季研究発表会、1975)
- 3) 今本 博健：開水路流れにおける乱れの基本的特性について (土木学会論文集、No. 197)
- 4) R.S. McQuivey: Some turbulence measurement in open channel flow & Richardson: (Proc. ASCE Vol. 95, HY 1, 1969)
- 5) M.S. Yalin: Mechanics of Sediment Transport (Pergamon Press)
- 6) W.W. Syre: Dispersion of silt particles in open channel flow (Proc. ASCE Vol. 95, HY 3, 1969)
- 7) 久嶋 石井：土木学会東北支部技術研究会発表講演概要 (昭和50年度)

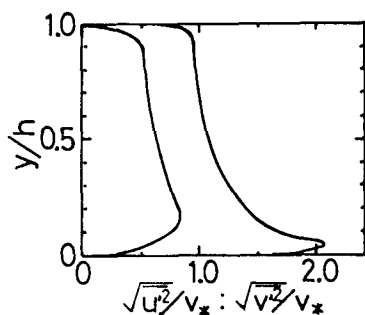
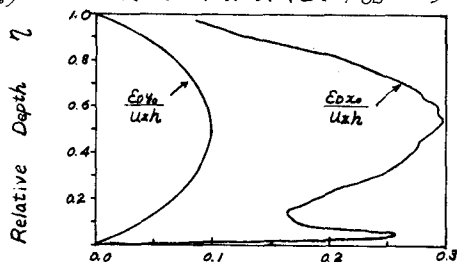


図-2 乱れの強さ ④, ⑤

図-3 拡散係数 ($\tau/t_0 \gg 1$)



Normalized Diffusivity E_{y0}/u_*h

図-4 拡散係数の時間変化

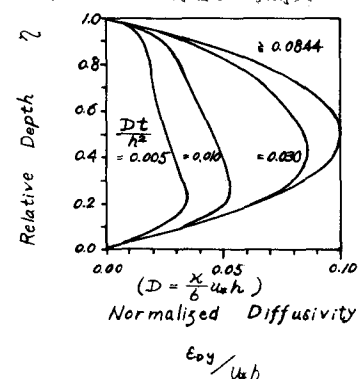


図-5 ⑥, ⑦
 $Co(y, t)/m_0(t)$
の分布形の
時間変化
(線源)

