

東京工業大学工学部 正員 福島祐介
東京工業大学工学部 正員 福岡捷二

1. まえがき 浮遊砂を含む流れに関する研究はその取り扱い方法によって次の2つに大別される。すなわち、単一流体として取り扱うか、二相流として取り扱うかである。前者は固体粒子浮遊による密度変化、乱流構造の変化を考慮し、後者は固体粒子で構成される固相と液相との相互作用を考慮する。ここでは、土砂浮遊流を固液二相流と考へて流速分布、濃度分布の理論式を求め、実験値との比較を行なった。

2. 固液二相方程式と流速分布、濃度分布

流れは二次元で、定常流れとする。座標系は図1のように定める。固相の流速は固体粒子に比べ十分大きな体積中に含まれる粒子の移動速度の平均値で定義される。液相の流速についても同様である。固相の流速成分を u_s, v_s 、液相の流速成分を u_w, v_w とすれば、混相の流速成分 u_m, v_m は次のようにあらわされる。

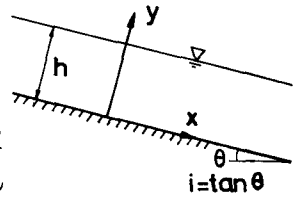


図1 座標系及び記号

$$u_m = \{ \rho_s C u_s + \rho_w (1-C) u_w \} / \rho_m \quad v_m = \{ \rho_s C v_s + \rho_w (1-C) v_w \} / \rho_m \quad (1)$$

$$\text{ここで、} \quad \rho_m = \rho_s C + \rho_w (1-C)$$

但し、 ρ_s, ρ_w はそれぞれ、固体粒子、液体の密度、 ρ_m は混相の密度、 C は固体粒子の体積濃度である。

流れが十分乱流であるとする。固相、液相、それぞれに対して次のような連続の関係が成り立つ。

$$\text{固相: } \rho_s \overline{C v_s} + \rho_s \overline{C' v_s'} = 0 \quad \text{液相: } \rho_w (1-\overline{C}) \overline{v_w} - \rho_w \overline{C' v_w'} = 0 \quad (2)$$

記号“—”は時間平均を、記号“'”は変動量であることを示す。同様に、各相に対する運動方程式は次のように与えられる。

$$\text{固相: } -\frac{d}{dy} \{ \rho_s \overline{C u_s v_s} \} = -(\rho_s - \rho_w) \overline{C} g i - \overline{R_x} \quad (\alpha \text{ 方向}) \quad (\rho_s - \rho_w) \overline{C} g - \overline{R_y} = 0 \quad (\gamma \text{ 方向}) \quad (3)$$

$$\text{液相: } -\frac{d}{dy} \{ \rho_w (1-\overline{C}) \overline{u_w v_w} \} = -\rho_w g i + \overline{R_x} \quad (\alpha \text{ 方向}) \quad \rho_w g + \frac{d\overline{P}}{dy} + \overline{R_y} = 0 \quad (\gamma \text{ 方向})$$

ここで、 g は重力加速度、 P は圧力、 R_x, R_y は固液相間の相互作用による力の x 成分、 y 成分である。上式では、水路床勾配 i が十分小さいこと、粘性項の影響が小さいことが仮定されており、これらの高次の項は微小項として無視されている。新たに以下のような仮定をおく。

1) 固相の y 方向流速成分の平均値 $\overline{v_s}$ は静水中での粒子の沈降速度と等しい。すなわち、 $\overline{v_s} = -w$ 。

2) 液相の Reynolds 数は直線分布。

$$-\rho_w \overline{u_w v_w} = \rho_w u_*^2 (1-\eta) \quad \text{ここで、} u_* = \sqrt{g i h}, \quad \eta = y/h \quad (4)$$

3) 固相に対して、渦動粘性係数 k_m 、渦動拡散係数 k_s を導入。

$$-\rho_s \overline{u_s v_s} = \rho_w k_m (d\overline{u_s}/dy) \quad \overline{C' v_s'} = -k_s (d\overline{C}/dy) \quad (5)$$

4) 混合距離 l の導入。

$$k_m = l^2 (d\overline{u_s}/dy) \quad l = K y \sqrt{1-\eta} \quad k_s = \beta k_m \quad (6)$$

5) 液相の x 方向の平均流速 $\overline{u_w}$ は固相の平均流速 $\overline{u_s}$ より沈降速度 w だけ大きい。 $\overline{u_w} = \overline{u_s} + w$ 。

以上から浮遊砂を含む流れの流速分布、濃度分布を導く。

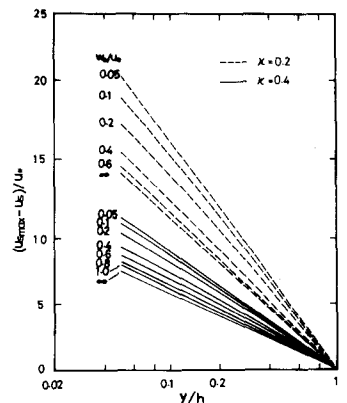


図2 固相の流速分布 ($K=0.2, 0.4$)

(3), (4)式から, $\overline{R_x}, \overline{u_0 u_0}$ を消去し, 水面 $\eta=1$ で零となる $\overline{u_s v_s}$ を求めると

$$-P_s \overline{u_s v_s} = P_w u_*^2 (1-\eta) + (P_s - P_w) u_*^2 \frac{1}{C} \int_{\eta}^1 \bar{c} d\eta \quad (7)$$

を得る。(5), (6), (7)式を考慮することにより, 固相の流速分布, 浮遊砂の濃度分布を求める式が導かれる。

$$\frac{d}{d\eta} \left(\frac{\bar{u}_s}{u_*} \right) = \frac{1}{K \eta \sqrt{1-\eta}} \left\{ 1-\eta + \frac{P_s - P_w}{P_w} \frac{1}{C} \int_{\eta}^1 \bar{c} d\eta \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

$$\frac{1}{C} \frac{d\bar{c}}{d\eta} = - \frac{w_0}{K_s u_*} \left\{ \eta \sqrt{1-\eta} \left(1-\eta + \frac{P_s - P_w}{P_w} \frac{1}{C} \int_{\eta}^1 \bar{c} d\eta \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (9)$$

ここで, $K_s = \beta K$ である。この形にすれば, 流速, 濃度はともに分布形のみで議論でき, その分布形は無次元パラメータ, $K, K_s, w_0/u_*$ によって決まる。(8), (9)式は2点境界値問題であり, $\int_{\eta_a}^1 \frac{\bar{c}}{Ca} d\eta$ の値を仮定し逐次近似によって解を求める。但し, Ca は基準点濃度, η_a は基準点高さであり, $\eta_a = 0.05$ を選んだ。混相の流速は(8)と仮定(5)を用い(1)式で計算する。図2に $K = 0.2, 0.4$ として得られた固相の流速分布を示す。いずれの K においても, 流速分布は無次元パラメータ w_0/u_* によって異なり, w_0/u_* が小さいほど速度勾配が大きくなることかわかる。 $w_0/u_* > 1$ では, 流速分布はほぼ同一であり対数則 ($w_0/u_* = \infty$) と一致する。図3に $K_s = 0.4$ の場合の濃度分布をRouse分布とともに示す。Rouse分布は, w_0/u_* が大きくなるほど実験値より小さな濃度を与えることが指摘されている。今回の濃度分布は w_0/u_* が小さければほぼRouse分布と同程度であるが, w_0/u_* が大きくなるとRouse分布より大きな濃度を与えており, 実験値の示す傾向と一致する。次にEinsteinの実験値を用いて(8)(9)式の検証を行なう。計算条件を表1に示す。固相の滑動摩擦係数と滑動拡散係数の比 $\beta = K_s/K_m (=K_s/K)$ の値はよくわかっていない。このため, ここでは, 流速分布, 濃度分布, それぞれに対し, 理論値が実験値と最もよく一致するような K, K_s から β を逆算しその値が一定ならば(8), (9)式は妥当であろうと考えた。結果を図4, 図5に示す。得られた K, K_s から β を求めると, β は, $Ca, w_0/u_*$ によってそれほど変化せず $\beta = 1.2 \sim 1.5$ となる。一般の流れにおいて β が1.2程度であることを考慮すると, 本理論は浮遊砂を含む流れの流速分布, 濃度分布をもによく説明していると考えられる。しかしながら, 本理論では混合距離に含まれる係数 K を直接には定めることができない。今後, 二相流に対するエネルギー的考察により, K と基準濃度 Ca , 無次元沈降速度 w_0/u_* 等との関係を明らかにする必要がある。

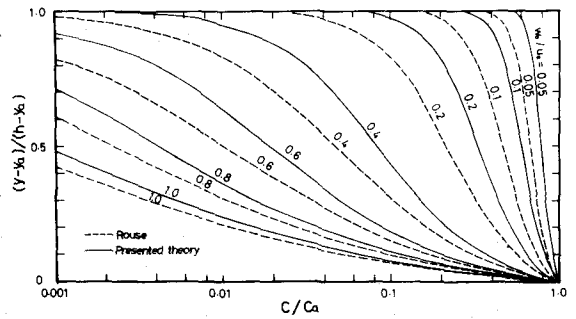


図3 濃度分布 ($K_s = 0.4$)

Run No.	w_0/u_*	$Ca(\%)$	K	K_s
S-1	1.30	1.81	0.36	0.54
S-6	1.05	0.83	0.33	0.38
S-8	1.08	2.64	0.28	0.4
S-10	0.984	8.68	0.25	0.37
S-16	0.334	20.8	0.22	0.3

表1 計算条件

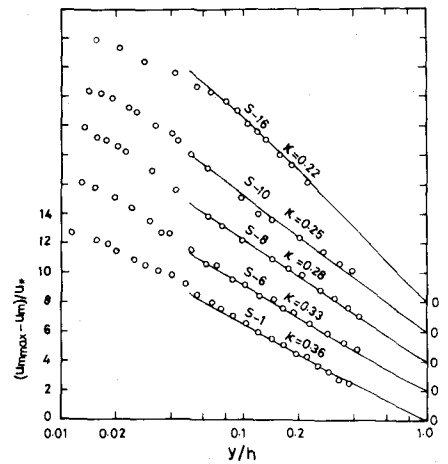


図4 実験値との比較(流速分布)

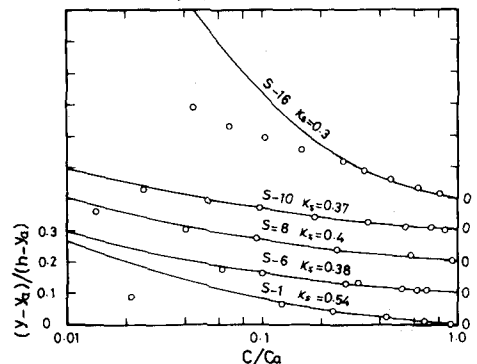


図5 実験値との比較(濃度分布)

- 1) Murray, J. D., J. Fluid Mech. (1965), vol. 21, part 3
- 2) Silin, N. A., 13th Congress of IAHR (1969), Kyoto
- 3) Einstein, H. A. and Chien, N., Univ. of Calif., Inst. of Eng. Research, No. 8, 1955