

北海道大学工学部 正 員 ○ 枝倉 忠興
北海道大学工学部 正 員 岸 力

緒 言 著者は第32回年次講演会¹⁾において、河床砂の舞上りに対する Lane-Kalinske 及び岸のモデルを考慮にして、河床の粒子に作用する揚力の変動成分にひとつの仮定を行ない、浮遊砂の基準点濃度式を導いた結果を報告した。本文ではその仮定を除去したより一般的解法を行なっている。結果的には前回と殆んど同一となり、実際の現象を良く説明している。また、浮遊限界については、先に提案した Monin-Obrukov length を取入れた解析方法²⁾を適用し、乱れの実験結果と合わせて検討を行なった。

1. 浮遊砂の基準点濃度

第32回年講概要の(14)式以下を次のように変更する。河床粒子の初速度 V_0 は r' を無次元化した揚力 r の変動成分として

$$V_0 = t_x \frac{p_s - p}{p_s} g \left\{ (1 + r') \frac{\bar{r}_x}{Bx \eta_0} - 1 \right\} \quad (1)$$

初速度の平均値 $\bar{V}_0$ は

$$\bar{V}_0 = \int_{a'-1}^{\infty} V_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r'^2}{2\sigma^2}\right) dr' / \int_{a'-1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r'^2}{2\sigma^2}\right) dr' \quad (2)$$

(1),(2)式より

$$\bar{V}_0 = t_x \frac{p_s - p}{p_s} g \left\{ \frac{\bar{r}_x}{Bx} \frac{\int_{a'-1}^{\infty} \frac{r'}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{r'^2}{2\sigma^2}) dr'}{\int_{a'-1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{r'^2}{2\sigma^2}) dr'} + \frac{\bar{r}_x}{Bx \eta_0} - 1 \right\}, \quad a' = \frac{Bx}{\bar{r}_x} - \frac{1}{\eta_0} \quad (3)$$

単位時間・単位面積当り、浮上する粒子群の体積と沈降する体積とが等しいことより、基準点濃度 C_b は

$$C_b = K \left\{ \alpha_* \frac{p_s - p}{p_s} g \frac{d}{u_* V_0} - 1 \right\} \quad (4), \quad \Omega = \frac{\bar{r}_x}{Bx} \frac{\int_{a'-1}^{\infty} \frac{r'}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{r'^2}{2\sigma^2}) dr'}{\int_{a'-1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{r'^2}{2\sigma^2}) dr'} + \frac{\bar{r}_x}{Bx \eta_0} - 1 \quad (5)$$

(4)式は32回年講の(15)式と同一であるが、 Ω は(5)式となる。 W_0 : 粒子の沈降速度。

2. 定数の決定

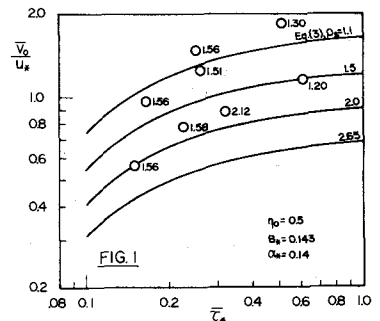
(4),(5)式は η_0, Bx, α_*, K の4個の定数を含む。Einsteinの解析を参照して $\eta_0 = 0.5$, $Bx = 0.143$ を採用した。

$\alpha_* = 0.14$: 揚力の変動を discreteな時間間隔に区切り、その各々の“試行”によって河床からの粒子の離脱の判定を行なっている。 $\alpha_* = \alpha d / u_*$ であり著者の実験例で試算を行なうと、 $d = 0.12 \sim 0.23 \text{ mm}$, $u_* = 2 \sim 5 \text{ cm/sec}$ に對し $1/\alpha_* = 600 \sim 3,000 \text{ Hz}$ 。現在行なわれている開水路水流の乱流解析においては、変動の最高周波数は500Hz程度と考へられて居り、それよりも充分高い周波数によって、連続な変動を discrete な変動に置換えて考察することによる誤差はないと考へてよい。

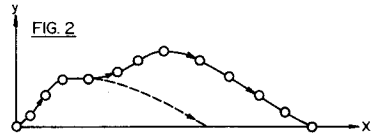
以上の3個の定数を用い、(3)式によって計算を行なった結果を図-1に示す。図中の描点は人工の粒子を用いた saltation の実験の結果であり良い一致が見られる。(数値は粒子の密度 ρ_s)

$K = 0.008$: K の内容は $K = \frac{2}{3} k_1 / k_2$, N (脱出回数) $= k_1 / \pi \omega d^2$, t (粒子交換の特性時間) $= k_2 d / (V_0 - W_0)$ 。Chapil, White によれば $k_1 = 0.21 \sim 0.35$, 岸²⁾によれば掃流移動に對して $k_2 = 2.3 \sim 3.5$ である。 $K = 0.008$ から k_2 を逆算すると $k_2 = 18 \sim 30$ を得る。即ち、河床から拾上げられる粒子のうち浮遊砂の分類に属するものは 8~20% と言えろ。

鉄粉とアスファルトからなる人工の粒子による実験結果によれば、粒子の運動は“saltation”と“転動”と大別されるが、saltation と考へられる中には図-2のような軌跡を描くものが見られる。ここでは、図-2のような



運動を行なう粒子は掃流から浮遊へ移行する微候を示すものと考え、写真からその数を数取った。蒸留測定318個のうち、この運動を行なった粒子の"saltation"中に占める割合は12~23%であった。これは前述の割合とはほぼ同一であり、Kの値も妥当と考えられる。尚、この実験は $\bar{u}_* = u_*^2 / (\frac{h}{l} - 1) qd = 0.09 \sim 0.12$ であり、浮遊砂が卓越し始める領域である。図-3に(4),(5)式による C_b と実測値とを比較して示した。



3. 浮遊限界と乱れ特性の変化

渦動粘性係数(運動量輸送係数) ϵ_m は

$$\epsilon_m = u_*^2 (1 - \frac{y}{h}) / \frac{du}{dy} \quad (6)$$

(6)式に既報³⁾の流速分布を代入し、 $\phi_2 = \alpha b/l$, $\eta = y/h$ とすれば

$$\begin{aligned} \epsilon_m &= k u_* h \eta (1-\eta) (1+\phi_2 \eta)^{-1} \\ &\approx k u_* h \eta (1-\eta) (1-\phi_2 \eta) (1+\phi_2^2 \eta^2) \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式によれば $1-\phi_2 \eta = 0$ のとき $\epsilon_m = 0$ となって乱流運動が消失する。この場合の Hux-Richardson 数は $R_{HRC} = 1/\alpha(\eta+1)$ となり、 η に関する平均は約 0.09 である。ところで、本来 ϵ は R_f の関数であるが、これでは ϵ の流速を代表させる量として不便なので、32回年講¹⁾では R_f 中で $\eta = 0$ 、 l には $C = \bar{C}$ として実験結果から $R_{HRC} = 0.02$ を得た。即ち、

$$R_f = \frac{h}{l} (1 + \alpha \frac{h}{l})^{-1} = \frac{\phi_2}{\alpha} (1 + \phi_2 \eta)^{-1}, \quad \frac{1}{l} = \frac{k q (\eta+1) u_* \bar{C}}{u_*^3} \quad (8)$$

(8)式で $1 \ll \alpha b/l$ より $R_f \sim \frac{h}{l} \sim C$ であり、 R_f は C に直接比例する。一般に開水路の浮遊砂濃度分布では $C = \bar{C}$ は $\eta = 0.3 \sim 0.4$ に出現し、その際 $\eta = 0.05 \sim 0.15$ では $C = 4\bar{C} \sim 5\bar{C}$ となって11る。以上のことから R_f は(8)式のよう定義して $R_{HRC} = 0.02$ を限界値と考える。

一般に乱流剪断力 τ 、混合長 l として

$$\frac{du}{dy} = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \frac{1}{l} \sim \frac{u_*}{l} \quad (9)$$

乱れのスケール及び渦の寿命時間は、清水流に赤字0を付してそれぞれ

$$\frac{l}{l_0} = \frac{(\frac{u_*}{du/dy})}{(\frac{u_*}{du/dy})_0} = (1 + \alpha \frac{y}{l})^{-1} = (1 + \phi_2 \eta)^{-1} \quad (10)$$

$$\frac{t}{t_0} = \frac{(\frac{l}{\sqrt{u_*}})}{(\frac{l}{\sqrt{u_*}})_0} = \frac{l}{l_0} \frac{(\sqrt{u_*})_0}{(\sqrt{u_*})} = \frac{(\sqrt{u_*})_0}{(\sqrt{u_*})} \cdot (1 + \phi_2 \eta)^{-1} \quad (11)$$

図-4: 乱れのスケール, 図-5: 乱れの強度, 図-6: 渦の寿命時間に実測値との比較を示す。図-6の描点は(11)式に図-5で示した乱れ強度の実測値を代入した結果である。これらの図より乱れの諸量は $R_f = 0.02$ 付近から急激に減衰して11ることから判る。

本研究には文部省科研費(総合A, 代表者: 中央大学・林泰彦教授)の援助を受けた。

II-171, 1976.

参考文献: 1) 第32回年講, II-212, 1977. 2) 第24回年講, II-95, 1966. 3) 第30回年講, II-153, 1975. 4) 第31回年講

