

(財)電力中央研究所 正会員 尾崎 幸男
中央大学・埼玉大学 正会員 林 泰造

1. はじめに

本報は、経型河床安定理論の立場から、単列および複列の水流蛇行発生的基本的メカニズムと卓越波長について研究を行い、解析結果と実際河川の実際の値および実験値と比較したものである。

さらに、上述の理論展開から求められたパラメータを用いると種々の河床形態の形成領域が明確に区別できることを示し、実験値との比較を行った。

2. 局所流砂量と運水距離

本研究では Einstein-Brown の式 (1950) に運水距離 δ を導入した次の局所流砂量式を用いる。

$$Q_x = T_x / [\sqrt{(s-1)gd^3} F_s] = 40 [q_s(x-y)]^3 \quad (1.a)$$

$$Q_y = T_y / [\sqrt{(s-1)gd^3} F_s] = [v/u] Q_x(x,y) \quad (1.b)$$

ただし、 $F_s = \sqrt{2/3 + 36\nu^2/gd^3(s-1)} - \sqrt{36\nu^2/gd^3(s-1)} \quad (1.c)$
 d : 粒径, s : 砂の比重, ν : 水の動粘性係数,

$$q_s = T_x / [p(s-1)gd]: \text{無次元掃流力} \quad (2)$$

流砂自身の慣性によって、流砂量が掃流力に対してある運水距離 δ は流砂量の非平衡性を表わすと考えられる。(林・尾崎・大西 1978.1. 関東支庁) ここで、橋・斎藤 (1967) の Einstein モデルに基づく非平衡流砂量式

$$[\lambda_p d / D_0] d \psi / d(x/D_0) = (\psi_0 - \psi) / [1 + \alpha_p \psi] \quad (3)$$

を用いて δ を求めると次のようになる。

$$\delta = \lambda_p d (1 + \alpha_p \psi) \quad (4)$$

ここに、 ψ , ψ_0 : 非平衡, 平衡状態での掃流砂量,
 $\lambda_p = 100$, $\alpha_p = 43.5$: Einstein's consti, D_0 : 等流時水深。

(5) 式中の ψ_0 に Einstein-Brown の式を代入すると、

$$\delta = \lambda_p d [1 + 40 \alpha_p \{D_0 S / (s-1) d^3\} F_s^3] \\ = \lambda_p d [1 + 5 \alpha_p \{F_s D_0 / (s-1) d^3\} F_s^6] \quad (5)$$

と表わされる。ここに、 S : 平均河床勾配, $F_s = u/\sqrt{gsD_0}$ 。

後に示されるように、この運水距離 δ は mode $m=1$ の単列蛇行の発生には不可欠な要素である。

3. 基礎方程式 (shallow-water flow model)

図-1 のような矩形の移動床直線水路の流れを考えると、流れは shallow-water flow とみなせて以下

の式が成り立つ。ただし、流れは準定常と考える。

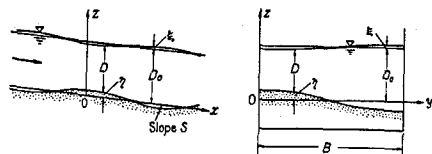


Fig. 1 Definition Sketch

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + g \left(\frac{\partial D}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \frac{T_x}{\rho D} - g S = 0 \quad (6)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + g \left(\frac{\partial D}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \right) + \frac{T_y}{\rho D} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial u D}{\partial x} + \frac{\partial v D}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

$$T_x = f \frac{1}{2} u^2 \quad (10.a) \quad T_y = [v/u] T_x \quad (10.b)$$

次に基礎式 (1), (7)~(11) 式に基づいて Stability Analysis を行うわけだが、ここでは解析過程を省略し結果のみを記すこととする。(論文集投稿中)

4. 単列および複列蛇行の卓越波長

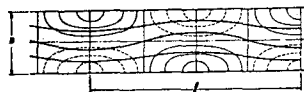


Fig. 2 Meandering ($m=1$)

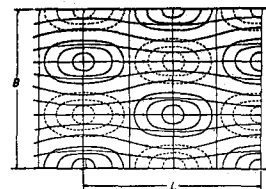


Fig. 3 Braiding ($m=3$)

単列蛇行と複列蛇行はそれぞれ図-2, 3 に示されるが、ここで、

$$\partial k C_1 / \partial k = 0, \quad \partial^2 k C_1 / \partial k^2 < 0, \quad C_1(k=k_D) > 0 \quad (11)$$

の条件を満たす波長, 即ち卓越波長を模動波を用いて

$$(SB/m\pi D_0)^2 \ll 1, \approx 1, \gg 1 \quad (12)$$

の三つの場合をそれぞれ求めた結果を $(SB/m\pi D_0)^2 \ll 1$ についてのみに示すこととする。ここに、 $k C_1$ は模

乱の初期増幅率である。 $k = 2\pi D_s/L$: 熱次元波数.

$$\frac{L}{B} = \frac{2}{m} \left[\frac{(10 + 19F^2 + 7F^4)(1 - F^2)}{-(5 + 8F^2 + 5F^4) + \sqrt{25 + 110F^2 + 141F^4 + 44F^6 + 4F^8}} \right]^{1/2} \quad (14)$$

また、卓越波長の増幅率は

$$[k_{CI}]_{k_D} = \begin{cases} (A_s S/F^2) \{ 5 - (27/50)(\pi D_s/B)^2 (G/S) F^4 \} & \text{for } F^2 < 1 \\ (A_s S/F^2) \{ (49/8) - (9/50)(\pi D_s/B)^2 (G/S)(1/F^2) \} & \text{for } F^2 > 1 \end{cases} \quad (15)$$

と与る。

ここで、(15)式をみるとわかるように $k_D (= \delta/D_s) \neq 0$ の限り、mode $m=1$ で $[k_{CI}]_{k_D} = \max.$ となることから、通れ距離 δ は単列蛇行の発生をもたらすといえる。そこで、理論と実験値、実験値と比較するとよい。図-4, 5となる。($m=1$)

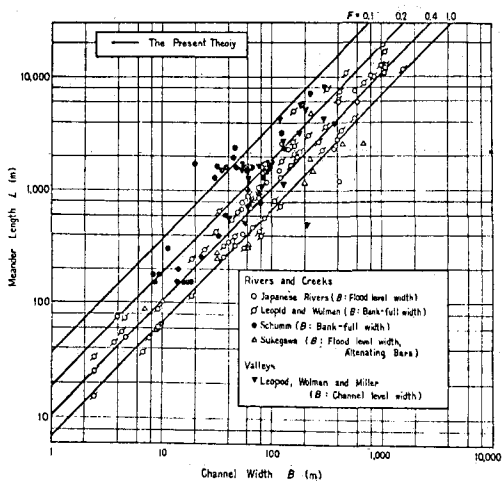


Fig. 4 Comparison of Predicted and Observed Meander-Lengths

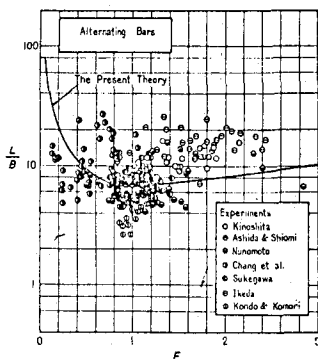


Fig. 5 The Meander-Lengths Observed at Laboratories and the Theory

5. 河床形態の形成領域区分

理論展開と踏まえて知られたパラメータ BS/D_s と Froude number F とで河床形態の形成領域を区分すると図-6, 7, 8 のようになる。図-9は実験値との比較である。

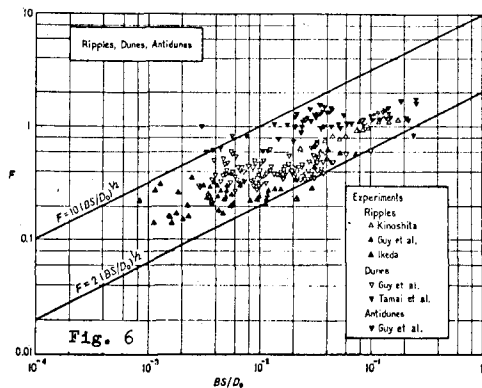


Fig. 6

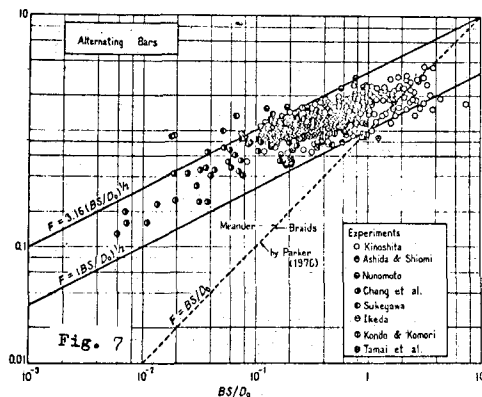


Fig. 7

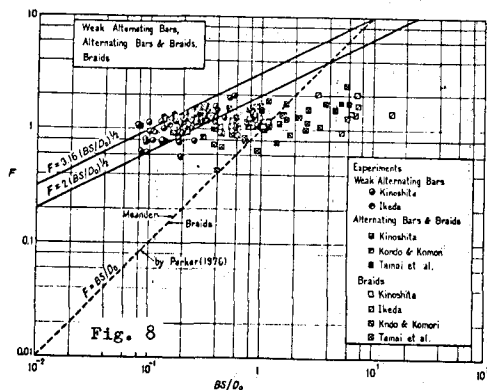


Fig. 8

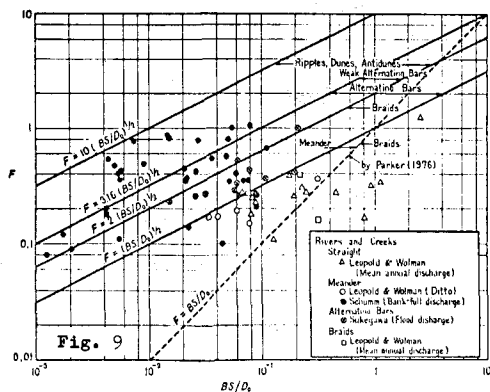


Fig. 9